

Bildungsstandards und Inhaltsfelder

Das neue Kerncurriculum für Hessen

Sekundarstufe I – Hauptschule

MATHEMATIK

Impressum

Bildungsstandards und Inhaltsfelder – Das neue Kerncurriculum für Hessen

Herausgeber: Hessisches Kultusministerium
Luisenplatz 10
65185 Wiesbaden

Telefon: 06 11 / 368 0
Fax: 06 11 / 368 2096
E-Mail: poststelle@hkm.hessen.de
Internet: www.kultusministerium.hessen.de

INHALT

Teil A.....	5
1 Konzept – Struktur – Perspektiven	5
2 Überfachliche Kompetenzen	8
Teil B.....	11
3 Kompetenzorientierung und Beitrag des Faches zur Bildung	11
4 Kompetenzbereiche des Faches	12
5 Inhaltliche Konzepte des Faches	14
6 Bildungsstandards und Inhaltsfelder (Hauptschulabschluss)	16
7 Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen und Inhaltsfelder	21
7.1 Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	21
7.2 Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 8	23
7.3 Schwerpunktsetzungen in den Inhaltsfeldern der Jahrgangsstufen 5 – 9 (Übersicht)	25
8 Synopsen.....	29
8.1 Kompetenzentwicklung (Jahrgangsstufen 4 – 9)	29
8.2 Bildungsstandards nach Bildungsgängen.....	32



Teil A

1 Konzept – Struktur – Perspektiven

Konzeptionelle Grundlagen

Das neue Kerncurriculum für Hessen ist die verbindliche curriculare Grundlage für den Unterricht an hessischen Schulen in allen Fächern der Primarstufe und der Sekundarstufe I. Wesentliches Merkmal und Anliegen seiner Konzeption ist die Darstellung eines kumulativen Kompetenzaufbaus von Jahrgang 1 bis zur Jahrgangsstufe 10 in einem einheitlichen Format. Im Mittelpunkt steht das, was alle Kinder und Jugendlichen am Ende ihrer schulischen Laufbahn (bzw. nach bestimmten Abschnitten ihres Bildungsweges) können und wissen sollen. Dies führt zur Beschreibung von Kompetenzen, die zu einem bestimmten Zeitpunkt von allen Lernenden erwartet werden. Kompetenzen werden dabei verstanden als Verbindung von Wissen und Können – Wissen soll transferierbar und in Anwendungssituationen nutzbar sein. Damit richtet sich der Blick nicht nur auf Wissens Elemente, die sich zu einem Gesamtverständnis verknüpfen sollen, sondern auch auf weitere Bedingungen der erfolgreichen Bewältigung kognitiver Anforderungen. Hierzu zählen Strategien zum Erwerb von Wissen und dessen Nutzung und Anwendung sowie personale und soziale Dispositionen, Einstellungen und Haltungen. Im Zusammenwirken dieser Komponenten erfüllt sich der Anspruch einer umfassenden Persönlichkeitsbildung; er realisiert sich in der erfolgreichen und verantwortungsvollen Bewältigung aktueller Anforderungssituationen.

Damit greift das neue Kerncurriculum für Hessen die fachdidaktisch und pädagogisch begründeten Bildungs- und Erziehungsziele der bisherigen Lehr- und Bildungspläne auf. Die Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz als länderübergreifender Bildungsplan sind im hessischen Kerncurriculum berücksichtigt und konkretisiert.

Es beschränkt sich aber darauf, die angestrebten Ergebnisse des Lernens in Form von Könnenserwartungen (Bildungsstandards) darzustellen. Diese beschreiben zum einen Kompetenzen, die bis zu bestimmten Abschnitten des jeweiligen Bildungsweges erworben sein sollten („lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen“). Zum anderen legen die Bildungsstandards die Leistungsanforderungen zum Abschluss eines Bildungsganges fest. Bildungsstandards sind als Regelstandards formuliert und in Kompetenzbereiche gegliedert.

Die für den Kompetenzerwerb grundlegenden und unverzichtbaren Wissens Elemente eines Faches und deren Verknüpfungen sind in Form von Inhaltsfeldern und deren inhaltlichen Schwerpunkten formuliert. Wichtige Schlüsselbegriffe, die für das Verstehen von Bedeutung sind, konkretisieren die inhaltlichen Zusammenhänge und unterstützen die thematische Strukturierung.

Bildungsstandards und Inhaltsfelder stehen in einem korrespondierenden Verhältnis zueinander: Kompetenzen werden – im Sinne vernetzten Lernens – an geeigneten Inhalten in lebensweltlich bedeutsamen Zusammenhängen erworben. Als dritte wesentliche Komponente rücken überfachliche Kompetenzaspekte (s. Kap. 2) besonders in den Blick.

Im Folgenden wird die Struktur des hessischen Kerncurriculums genauer erläutert.

Struktur und Gliederung

Kapitel 2 „Überfachliche Kompetenzen“ – Bedeutung überfachlicher Kompetenzen im Kontext fachlichen Kompetenzerwerbs (vgl. auch „Hessischer Referenzrahmen Schulqualität“ sowie „Bildungs- und Erziehungsplan für Kinder von 0–10 Jahren in Hessen“).

Kapitel 3 „Kompetenzorientierung und Beitrag des Faches zur Bildung“ – Bedeutung und Verantwortung des Faches und damit verbundene Zielvorstellungen für den Kompetenzerwerb der Lernenden.

Kapitel 4 „Kompetenzbereiche des Faches“ – Beschreibung und Strukturierung der allgemeinen fachlichen Kompetenzen in Kompetenzbereichen.

Kapitel 5 „Inhaltliche Konzepte des Faches“ – Erläuterung der grundlegenden inhaltlichen Konzepte des Faches.



Kapitel 6 (bzw. 6.1 Primarstufe) „Bildungsstandards und Inhaltsfelder“ – Darstellung der Bildungsstandards und Zuordnung von Inhaltsfeldern bezogen auf den Abschluss bzw. auf das Ende der Jahrgangsstufe 4. Beschreibung wesentlicher Eckpunkte der Kompetenzentwicklung in den Jahrgangsstufen 1/2 (Kapitel 6.2) und Synopsen inhaltlicher Schwerpunktsetzungen in verschiedenen Fächern (Kapitel 6.3), nur Primarstufe.

Kapitel 7 „Synopsis“ (Primarstufe) – Synoptische Darstellung der Bildungsstandards am Ende der Jahrgangsstufe 4 und der sich jeweils daran anschließenden „lernzeitbezogenen Kompetenzerwartungen“ bzw. Bildungsstandards (bezogen auf den Mittleren Bildungsabschluss).

Kapitel 7 „Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen und Inhaltsfelder“ (Sekundarstufe I) – „Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen“ in Form von Standards und Inhaltsfeldern in Doppeljahrgängen (in der überwiegenden Zahl der Fächer). Hierbei sind die jeweils gültigen Stundentafeln berücksichtigt. In einigen Fächern sind inhaltliche Schwerpunktsetzungen synoptisch dargestellt.

Kapitel 8 „Synopsen“ (nur Sekundarstufe I)

Zum Umgang mit dem neuen Kerncurriculum für Hessen

Gestaltung schuleigener Curricula

Das neue Kerncurriculum für Hessen bildet die Grundlage für die Entwicklung schulinterner Curricula. Die Kompetenzformulierungen und Inhaltsfelder sind auf die wesentlichen Aspekte, den Kern eines Faches, fokussiert und stellen die zentralen Ankerpunkte für die Ausgestaltung der jeweiligen Fachcurricula dar. Dies bietet zum einen eine Orientierung für schulische Entwicklungs- und Planungsprozesse, eröffnet aber auch Gestaltungsräume, um Interessen und Neigungen der Lernenden situationsbezogen in die curriculare Planung einzubeziehen bzw. regionale und schulspezifische Besonderheiten zu berücksichtigen. Damit wird das schuleigene Curriculum zum Bindeglied zwischen dem Kerncurriculum und der individuellen Unterrichtsgestaltung.

Bei der schulinternen curricularen Planung im jeweiligen Fach werden die wesentlichen Komponenten des Kerncurriculums weiter konkretisiert und im Unterricht über einen langen Zeitraum so zusammengeführt, dass sich Kompetenzen kumulativ entwickeln können.

Das Fachcurriculum bildet – ausgehend von den Abschlusserwartungen – die einzelnen Schritte des Kompetenzaufbaus ab. Diese Art der Konkretisierung und Umsetzung des hessischen Kerncurriculums bietet Anlass für eine gemeinsame Reflexion und Verständigung in den Fach- bzw. Planungsteams über Ziele und erfolgreiche Wege des Lernens und die angestrebte Kompetenzentwicklung der Lernenden sowohl im Fach als auch über die Fächergrenzen hinaus.

Im Sinne vernetzten Lernens ist eine Verknüpfung der verschiedenen Kompetenzbereiche und Inhaltsfelder untereinander notwendig. Für das Verständnis größerer Zusammenhänge ist es darüber hinaus unabdingbar, Kompetenzbereiche und Inhaltsfelder auch über die Fächergrenzen hinaus zu vernetzen, domänenspezifische, auch überfachliche Kongruenzen zu bestimmen und fachübergreifende Synergien zu nutzen. Auch sollten Prinzipien einer kompetenzorientierten Gestaltung von Lernwegen, Diagnostik und individueller Förderung sowie geeignete Formen der Leistungsbewertung in der curricularen Planung verankert werden. Die gemeinsame Planungs- und Gestaltungsarbeit baut hierbei auf bereits erarbeiteten Konzepten auf, geht bereits eingeschlagene Wege der Unterrichts- und Schulentwicklung weiter und initiiert neue Entwicklungsprozesse.

2 Überfachliche Kompetenzen

Im Entwicklungsprozess der Lernenden kommt dem Aufbau überfachlicher Kompetenzen eine besondere Bedeutung zu. Dabei geht es um ein Zusammenwirken von Fähigkeiten und Fertigkeiten, personalen und sozialen Dispositionen sowie Einstellungen und Haltungen. Den Lernenden wird hierdurch ermöglicht, in der Schule, in ihrem privaten und auch in ihrem künftigen beruflichen Leben Herausforderungen anzunehmen und erfolgreich und verantwortungsvoll zu meistern. Zu einer Entwicklung in diesem Sinne tragen alle Fächer gemeinsam bei.

Mit Blick auf die überfachlichen Kompetenzen wird im neuen Kerncurriculum für Hessen zwischen vier zentralen Bereichen – mit ihren Dimensionen und Aspekten – unterschieden:

Personale Kompetenz: Diese umfasst jene Einstellungen, Haltungen und Fähigkeiten, die die Lernenden von ihren kognitiven und psychischen Voraussetzungen her befähigen, selbstbestimmt und eigenverantwortlich zu handeln. Ausgangspunkt hierfür ist eine realistische *Selbstwahrnehmung*. Das Bewusstsein für eigene Potenziale ist Voraussetzung zur Entwicklung eines positiven *Selbstkonzepts*. Auf dieser Grundlage entwickeln sich ein positives Selbstwertgefühl und Selbstvertrauen. Zur personalen Kompetenz gehören ebenfalls Aspekte der *Selbstregulierung* wie die Fähigkeit, sich situationsangemessen zu verhalten und eigene Lern- und Arbeitsprozesse sachgerecht und konzentriert zu steuern.

Sozialkompetenz: Hierbei geht es um eine vielschichtige Handlungskompetenz, die sich im Zusammenspiel verschiedener Fähigkeiten, Fertigkeiten, Motivationen und Einstellungen entfaltet. Grundlage ihrer Entwicklung ist eine *soziale Wahrnehmungsfähigkeit*. In Interaktionen entwickeln die Lernenden *Rücksichtnahme und Solidarität* gegenüber ihren Partnern. *Kooperation und Teamfähigkeit* haben zentrale Bedeutung für ein erfolgreiches gemeinsames Arbeiten. Bei auftretenden Spannungen gelingt den Lernenden ein angemessener *Umgang mit Konflikten*. Die Lernenden übernehmen *gesellschaftliche Verantwortung* und üben ihre (Mit-)Gestaltungsrechte aktiv aus. Ihr Handeln trägt zur *interkulturellen Verständigung* bei.

Lernkompetenz: Sie zeigt sich in der Fähigkeit, variable Anforderungssituationen und Aufgaben mithilfe geeigneter Strategien zu erschließen sowie den Lernprozess und seine Ergebnisse angemessen reflektieren zu können. Bei ihrem Aufbau ist es wichtig, neben den jeweils zu erwerbenden fachlichen Kompetenzen auch das „Lernen und Reflektieren des Lernens“ selbst bewusst zu machen (Erwerb „metakognitiver Kompetenz“). *Problemlösekompetenz* zeigt sich darin, Probleme zu analysieren, (alternative) Lösungswege zu planen und letztlich Entscheidungen zu treffen. *Arbeitskompetenz* ermöglicht es, Arbeitsprozesse sachgerecht zu planen, Ressourcen angemessen zu nutzen und Lernstrategien bewusst einzusetzen. *Medienkompetenz* ist für die Erschließung von Informationen sowie zur Dokumentation von Ergebnissen notwendig. Die differenzierte und zugleich kritische Nutzung Neuer Medien gewinnt dabei zunehmend an Bedeutung.

Sprachkompetenz: In diesem Bereich kommt dem Aufbau und der kontinuierlichen Sicherung der *Lesekompetenz* eine herausgehobene Stellung zu. Ohne ein angemessenes Leseverständnis sind erfolgreiche Lernprozesse auf Dauer nicht möglich; gleiches gilt für die *Schreibkompetenz*. *Kommunikationskompetenz* setzt voraus, sich verständlich auszudrücken und sich an Gesprächen konstruktiv zu beteiligen. Die Lernenden entwickeln zunehmend die Fähigkeit, Kommunikations- und Interaktionssituationen aufmerksam wahrzunehmen, zu verfolgen und zu reflektieren. Dabei lernen sie, Rede- und Gesprächsformen zu unterscheiden, Kommunikationsmittel sowie Rede- und Gesprächsstrategien situations-, adressaten- und sachbezogen anzuwenden. Die genannten Prozesse zielen auf eine aktive mündliche und schriftliche Sprachverwendung sowie auf die argumentative Qualität von Sprech- und Schreibleistungen.

Die angesprochenen vier Bereiche zeichnen sich dadurch aus, dass sie jeweils kognitions-, motivations- und handlungsbezogene Komponenten enthalten. Die hohe Komplexität sich überlagernder Teilaspekte macht eine trennscharfe Unterscheidung der Kompetenzbereiche und ihrer Dimensionen nicht immer möglich. Gleiches gilt für eine ausschließliche Zuordnung zu nur einem dieser Bereiche oder nur einer der Dimensionen. Auf eine Klassifizierung fachlicher und/oder überfachlicher Kompetenzen trifft dies gleichermaßen zu. Der Erwerb beider erfolgt daher notwendigerweise in enger Verbindung miteinander.

Im Unterschied zu den fachlichen Standards entziehen sich im Schulalltag die überfachlichen Kompetenzen weitgehend einer Normierung und empirischen Überprüfung. Insbesondere die Entwicklung personaler Kompetenzen ist durch schulische Erziehungs- und Bildungsprozesse nur in begrenztem Maße zu beeinflussen. Gleichwohl bietet die Schule den Lernenden Gelegenheiten zum verantwortlichen Handeln und zur Entwicklung eigener Potenziale. Zu berücksichtigen ist hierbei eine altersgemäß sinnvolle Gestaltung der Lernprozesse.

Im Folgenden werden die genannten vier überfachlichen Kompetenzbereiche in ihren Dimensionen und Aspekten weiter entfaltet.

Personale Kompetenz

- *Selbstwahrnehmung:* Die Lernenden nehmen sich selbst, ihre geistigen Fähigkeiten und gestalterischen Potenziale, ihre Gefühle und Bedürfnisse wahr und reflektieren diese. Sie sehen sich selbst verantwortlich für ihre eigene Lebensgestaltung; dabei erkennen sie ihre Rechte, Interessen, Grenzen und Bedürfnisse und erfassen die soziale Wirklichkeit in ihrer Vielfalt, aber auch in ihrer Widersprüchlichkeit.
- *Selbstkonzept:* Die Lernenden haben eine positive Einstellung zu sich selbst. Sie haben Zutrauen in ihre Fähigkeiten und glauben daran, dass sie bei entsprechender Anstrengung schulische und gesellschaftliche Anforderungen bewältigen und mit ihren Möglichkeiten aktiv und verantwortungsvoll am gesellschaftlichen Leben teilhaben können.
- *Selbstregulierung:* Die Lernenden achten auf ihre Fähigkeiten, Gefühle und Bedürfnisse; sie steuern und reflektieren ihre Arbeitsprozesse von ihren kognitiven und psychischen Voraussetzungen her (Eigenmotivation, Konzentrationsbereitschaft).

Sozialkompetenz

- *Soziale Wahrnehmungsfähigkeit:* Die Lernenden nehmen unterschiedliche Bedürfnisse, Emotionen, Überzeugungen sowie Interpretationen sozialer Realität in Beziehungen (Partner, Gruppen, größere Gemeinschaften, Gesellschaften) wahr. Sie versetzen sich in die Lage anderer (Empathie, Perspektivenübernahme), erfassen und reflektieren den Stellenwert ihres eigenen Handelns.
- *Rücksichtnahme und Solidarität:* Die Lernenden respektieren die Meinungen und Verhaltensweisen anderer, sie sind aufmerksam gegenüber ihren Interaktionspartnern, nehmen Anteil an deren Wohlergehen und zeigen Solidarität.
- *Kooperation und Teamfähigkeit:* Die Lernenden bauen tragfähige Beziehungen zu anderen auf, respektieren die bestehenden sozialen Regeln und arbeiten produktiv zusammen. Sie tauschen Ideen und Gedanken mit anderen aus, bearbeiten Aufgaben in Gruppen und entwickeln so eine allgemeine Teamfähigkeit.

- *Umgang mit Konflikten:* Die Lernenden vertreten ihre Interessen in Konflikten engagiert, aber nicht aggressiv und verletzend. Sie begründen ihre Position und tragen zu konstruktiven Lösungen bei.
- *Gesellschaftliche Verantwortung:* Die Lernenden übernehmen Mitverantwortung innerhalb der demokratischen Gesellschaft, sie achten und schützen die demokratischen Grundrechte und nehmen ihre Mitsprache- und Mitgestaltungsrechte wahr.
- *Interkulturelle Verständigung:* Die Lernenden nehmen die kulturelle Prägung von Kommunikation, Handlungen, Werthaltungen und Einstellungen wahr. Sie sind aufgeschlossen gegenüber anderen Kulturen und reflektieren ihre eigenen Positionen und Überzeugungen in der Kommunikation mit Menschen anderer kultureller Prägung.

Lernkompetenz

- *Problemlösekompetenz:* Die Lernenden planen ihren Arbeitsprozess, wobei sie die ihnen zur Verfügung stehenden Ressourcen sachgerecht einschätzen. Sie realisieren ihre Planungen selbstständig, indem sie die notwendigen Informationen erschließen und ihren Arbeitsfortschritt zielorientiert kontrollieren. Sie übertragen im Arbeitsprozess gewonnene Erkenntnisse durch Analogiebildungen sowie kombinatorisches und schlussfolgerndes Denken auf andere Anwendungssituationen.
- *Arbeitskompetenz:* Die Lernenden setzen sich Ziele, wählen geeignete Lernstrategien aus und wenden sie an; den Gesamtprozess hinterlegen sie mit einer realistischen Zeitplanung. Sie wenden vielfältige Lernmethoden effizient an, reflektieren (selbst-)kritisch ihren Lernprozess und dokumentieren ihn. Sie ziehen Schlussfolgerungen für ihre weitere Arbeit.
- *Medienkompetenz:* Die Lernenden finden Zugang zu unterschiedlichen Medien – darunter auch zu Neuen Medien – und nehmen eigenverantwortlich das Recht wahr, selbst über die Preisgabe und Verwendung ihrer personenbezogenen Daten zu bestimmen (informationelle Selbstbestimmung). Sie nutzen Medien kritisch-reflektiert, gestalterisch und technisch sachgerecht. Sie präsentieren ihre Lern- und Arbeitsergebnisse mediengestützt.

Sprachkompetenz

- *Lesekompetenz:* Die Lernenden lesen und rezipieren Texte bzw. Medien unterschiedlicher Formate und nutzen dabei Lesestrategien. Sie entnehmen aus mündlichen und schriftlichen Texten wesentliche Informationen und ziehen begründete Schlussfolgerungen. Sie interpretieren Texte auf der immanenten Ebene sowie im Zusammenhang ihres gesellschaftlichen, historischen und kulturellen Kontextes.
- *Schreibkompetenz:* Die Lernenden verfassen Texte in unterschiedlichen Formaten und formulieren diese adressaten- und anlassbezogen. Sie gestalten ihre Texte unter Berücksichtigung von Sprach- und Textnormen.
- *Kommunikationskompetenz:* Die Lernenden drücken sich in Kommunikationsprozessen verständlich aus und beteiligen sich konstruktiv an Gesprächen, sie reflektieren kommunikative Prozesse sowie die Eignung der eingesetzten Kommunikationsmittel.

Teil B

3 Kompetenzorientierung und Beitrag des Faches zur Bildung

Das Unterrichtsfach Mathematik sieht sich in der Tradition der kulturellen Entwicklung. Mathematik bildet eine Grundlage für die Bewältigung von Anforderungen aus der unmittelbaren Lebenswelt und zur Gestaltung der Zukunft durch die Lernenden. Das Unterrichtsfach Mathematik legt zusammen mit anderen Fächern das Fundament, damit sich die Bildung der Lernenden entfalten kann, und ist Voraussetzung für das lebenslange Lernen. In Verbindung mit der Ausbildung innermathematischer Strategien und deren flexibler Nutzung wird die Denkfähigkeit erweitert. Die mathematische Bildung ermöglicht es, sich im Alltag zu orientieren und sich konstruktiv mit den Entwicklungen in der Gesellschaft auseinanderzusetzen.

Den Lernenden werden im Mathematikunterricht folgende von Heinrich Winter formulierte Grunderfahrungen ermöglicht, die vielfältig miteinander verknüpft sind:

- Erscheinungen aus Gesellschaft, Natur, Technik und Kultur mit Hilfe der Mathematik wahrzunehmen und zu verstehen und dabei die Mathematik als unentbehrliches und persönlich bedeutsames „Werkzeug“ zu erfahren, um die Umwelt zu verstehen und Anforderungen des Alltags zu bewältigen (Mathematik als Anwendung),
- mathematische Sachverhalte in Form von Sprache, Symbolen, Formeln und bildlichen Darstellungen als geistige Schöpfungen in ihrem kulturellen und historischen Bezug zu erkennen und zu begreifen (Mathematik als Struktur),
- sich kreativ und selbstbestimmt mit Situationen auseinanderzusetzen, in denen Probleme mit mathematischen Mitteln zu lösen sind, und dabei allgemeine Problemlösefähigkeiten zu erwerben (Mathematik als kreativer Umgang).

Die mathematische Bildung zeigt sich dabei an einer Reihe von Kompetenzen, die im Prozess des mathematischen Denkens und Arbeitens entwickelt werden. Damit die Lernenden diese Kompetenzen erwerben, muss die Lernumgebung so gestaltet werden, dass sie die Eigenaktivität und Neugier der Lernenden anregt. Wenn den Lernenden mit Wertschätzung begegnet wird, entsteht eine lernförderliche Atmosphäre. Dazu gehört, Fehler als Lösungsversuche zuzulassen und diese zum Austausch über Vorgehensweisen zu nutzen. Unterschiedliche Lernvoraussetzungen werden aufgegriffen und individuelle Lernmöglichkeiten berücksichtigt.

4 Kompetenzbereiche des Faches

Die mathematische Allgemeinbildung zielt auf die Fähigkeit der Lernenden, mathematisches Wissen funktional und flexibel einzusetzen – Wissen allein ist keine Kompetenz. Die Lernenden erwerben allgemeine mathematische Kompetenzen, indem sie sich mit Problemstellungen auseinandersetzen, deren Lösung mathematische Strukturen erfordert.



Abb. 1: Kompetenzbereiche

Die Kompetenzbereiche werden in Anlehnung an die „Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss“ der Kultusministerkonferenz (KMK) vom 04.12.2003 beschrieben. Die Benennungen der Kompetenzbereiche sind mit denen der Primarstufe abgestimmt, um den kumulativen Aufbau der Kompetenzen von Jahrgangsstufe 1 bis 10 stärker in den Blick zu nehmen.

Darstellen

Die Mathematik bietet verschiedene, sich gegenseitig ergänzende Darstellungsformen, wie Symbol, Tabelle, Graph und Wort, um Objekte und Situationen zu beschreiben.

Die Lernenden unterscheiden und interpretieren Darstellungen, wählen Darstellungsformen aus und wenden sie an. Sie erkennen Beziehungen zwischen Darstellungsformen und wechseln bei Bedarf zwischen ihnen.

Kommunizieren

Die Lernenden nutzen Fachbegriffe, Umgangssprache und geeignete Medien, um ihre Überlegungen und Lösungswege darzustellen, zu dokumentieren und zu präsentieren. Zur Kommunikation über mathematische Zusammenhänge gehört es auch, Äußerungen und Texte zu mathematischen Inhalten zu verstehen und zu überprüfen.

Argumentieren

Mathematisches Argumentieren bedeutet, Situationen zu erkunden, für die Mathematik charakteristische Vermutungen und Fragen zu formulieren, Lösungswege zu beschreiben und Zusammenhänge zu begründen. Dabei gibt es verschiedene Stufen, die von der intuitiven, anschaulichen Begründung bis zum Beweis reichen. Durch adäquate Argumentationsformen wird eine Kultur des Begründens und Argumentierens bei den Lernenden gefördert.

Umgehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen

Mathematische Symbole, Verfahren und Werkzeuge dienen dazu, Zusammenhänge strukturiert darzustellen.

Die Lernenden übersetzen die symbolische und formale Sprache in Umgangssprache und umgekehrt. Sie führen Lösungs- und Kontrollverfahren durch und nutzen dazu Variable, Terme, Gleichungen, Funktionen, Diagramme und Tabellen. Sie setzen Werkzeuge wie Messgeräte, Taschenrechner, Formelsammlung und Software sinnvoll ein.

Problemlösen

Mathematisches Problemlösen im Sinne der KMK-Bildungsstandards findet statt, sobald in einer Situation nicht unmittelbar ein Lösungsverfahren angewendet werden kann, sondern ein Lösungsweg entwickelt oder ausgewählt werden muss. Dafür verwenden die Lernenden heuristische Hilfsmittel und Strategien wie das systematische Probieren, das Einzeichnen von Hilfslinien, das Auswählen von Hilfsgrößen, das Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten sowie Hilfsmittel und Darstellungsformen. Ein wesentlicher Bestandteil des Problemlösens ist die Reflexion von Lösungswegen und von verwendeten Strategien.

Modellieren

Eine reale Situation wird durch die Lernenden analysiert, vereinfacht und strukturiert, um sie in ein mathematisches Modell zu übersetzen. Die Lernenden arbeiten innerhalb des gewählten mathematischen Modells und interpretieren und überprüfen anschließend das Ergebnis im realen Kontext. Nach erfolgreicher Validierung wird dieser Modellierungskreislauf bei Bedarf erneut durchlaufen.

Kompetenzentwicklung im Kontext anderer Fächer

Lernende erwerben Kompetenzen – in Verantwortung für sich und andere – mit dem Ziel der Erschließung und Aneignung von Welt. Die komplexe Aufgabe der Entwicklung und Förderung **überfachlicher** Kompetenzen (s. Kap. 2) kann nur in gemeinsamer Verantwortung aller Fächer und der gesamten Schulgemeinde bewältigt werden.

Im Hinblick auf die Entwicklung **fächerverbindender** und **fachübergreifender** Kompetenzen gilt es, Fächergrenzen zu überwinden und unter Schwerpunktsetzungen die Kompetenzbereiche des Faches mit denen anderer Fächer zu vernetzen. So können Synergien ermittelt und genutzt werden.

Für die Lernenden ist diese Vernetzung zugleich Voraussetzung und Bedingung dafür, Kompetenzen in vielfältigen und vielschichtigen Anforderungssituationen zu erwerben.

5 Inhaltliche Konzepte des Faches



Abb. 2: Inhaltsfelder und Leitideen (inhaltliche Konzepte)

Kompetenzen sind erlernbare, kognitiv verankerte (weil wissensbasierte) Fertigkeiten und Fähigkeiten, die in konkreten Anforderungssituationen entwickelt werden¹. Sie gehen daher über formale Kenntnisse oder abstraktes Wissen hinaus.

Um die Probleme in bestimmten Anforderungssituationen lösen zu können, sind Fachinhalte der Mathematik nötig, die sich in den Leitideen wiederfinden.

Die Leitideen versuchen, die Phänomene zu erfassen, die man sieht, wenn man die Welt mit mathematischen Augen betrachtet (vgl. Freudenthal). Dabei strukturieren und vernetzen sie für das Fach Mathematik wichtige Begriffe, Theorien und erklärende Modellvorstellungen.

In einer zweiten Konkretisierungsstufe werden die Wissensdimensionen in Inhaltsfelder gegliedert. Sie richten sich an den Leitideen aus, sind aber diesen nicht eindeutig zuzuordnen. Vielmehr zeigt sich ihre Dienlichkeit im Hinblick auf Kompetenzerwerb in der vielfältigen Vernetzung von inhaltlichen Konzepten beim situierten Lernen.

Das Inhaltsfeld „Muster und Strukturen“ spielt in der Primarstufe eine zentrale Rolle für die anderen Inhaltsfelder. Beim Übergang in die Sekundarstufe wird die Idee von Mustern und Strukturen teilweise in die neu hinzukommende Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ aufgenommen und weiterentwickelt, doch einige Aspekte finden sich auch in allen anderen Leitideen.

Die Benennung einzelner Leitideen erfolgt abweichend von den Bildungsstandards der KMK analog zu denen der Primarstufe.

¹ Lersch, R.: Kompetenzfördernd unterrichten. 22 Schritte von der Theorie zu Praxis“. In: Pädagogik 12/07, S. 36–43.

Zahl und Operation

Die Auseinandersetzung mit Zahlen und Operationen bildet die Grundlage für vielfältige Aspekte des Alltags und alle mathematischen Betrachtungen. Der Wechsel zwischen den Darstellungsformen von Zahlen dient der situationsangemessenen Beschreibung. Innermathematische Zusammenhänge und Anforderungen der Lebensumwelt bedingen die systematische Erweiterung der zur Verfügung stehenden Zahlbereiche. Dabei sind Rechengesetze, Rechenverfahren und Überschlagsrechnungen zwingend erforderlich. Variablen, Terme und Gleichungen werden zur Beschreibung von Situationen verwendet.

Raum und Form

Die dreidimensionale Lebensumwelt erfordert die Beschäftigung mit Fragestellungen zur geeigneten Darstellung, Veränderung, analytischen Bearbeitung und Berechnung von ebenen Figuren und Körpern.

Die Kenntnis geometrischer Strukturen fördert die bewusste Wahrnehmung der Lebensumwelt und das Abstraktionsvermögen. Dabei werden Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte beschrieben und zur Problemlösung genutzt.

Größen und Messen

Für den verständigen Umgang mit technischen und natürlichen Objekten braucht man Repräsentanten von Größen und muss die Grundprinzipien des Messens anwenden können. In realen Situationen stehen Größen in Beziehung zueinander. Die Berechnung einer Größe aus den anderen bildet die Grundlage, um reale Situationen abzubilden.

Funktionaler Zusammenhang

Phänomene in Natur, Wissenschaft und Gesellschaft zeigen Abhängigkeiten und Veränderungen von Größen. Diese lassen sich mit mathematischen Mitteln modellhaft erfassen, darstellen und berechnen. Verbale Beschreibung, Wertetabelle, Funktionsgraph und Funktionsgleichung oder -term. sind Darstellungsformen für die Abhängigkeit zwischen Größen.

Daten und Zufall

Bei der Planung, Durchführung und Auswertung von Datenerhebungen werden grafische Darstellungen und statistische Kenngrößen genutzt. Die Beschreibung und die Interpretation liefern die Grundlage für weitere Argumentationen.

Durch Verfahren und Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung werden Zufallserscheinungen verstanden und qualitativ sowie quantitativ erfasst. Auf diese Weise gelangen die Lernenden zu fundierten und kontrollierten Urteilen in realen Entscheidungssituationen.

6 Bildungsstandards und Inhaltsfelder (Hauptschulabschluss)



Nachfolgend werden Bildungsstandards – gegliedert nach Kompetenzbereichen – und Inhaltsfelder, die für den Kompetenzerwerb unverzichtbare inhaltliche Zusammenhänge darstellen, aufgeführt.

Kompetenzbereiche

Bildungsstandards

Darstellen

Die Lernenden

- wählen die Darstellungsform adressatengerecht und sachangemessen aus und bereiten sie präsentationsgerecht auf,
- stellen Zahlen, Figuren der Situation angemessen dar,
- erkennen Beziehungen zwischen verschiedenen Darstellungsformen und wechseln zwischen ihnen,
- interpretieren und bewerten Darstellungen.

Kommunizieren

Die Lernenden

- beschreiben Vorgehensweisen,
- stellen unterschiedliche Lösungswege vor, erläutern, vergleichen und bewerten diese,
- dokumentieren Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse, stellen diese adressatengerecht dar und präsentieren sie, auch unter Nutzung geeigneter Medien,
- verwenden die Fachsprache adressatengerecht.

**Argumentieren**

Die Lernenden

- stellen Fragen nach Verallgemeinerung und Spezifikation mathematischer Sachverhalte und prüfen diese auf Korrektheit,
- äußern begründete Vermutungen über mathematische Zusammenhänge und stellen Vergleiche an,
- analysieren, erläutern und begründen mathematische Aussagen auch in einfachen Argumentationsketten,
- vollziehen mathematische Argumentationen nach, bewerten sie und begründen sachgerecht.

Umgehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen

Die Lernenden

- arbeiten formal mit Variablen, Termen und Gleichungen,
- übersetzen in Sachzusammenhängen Fachsprache in Umgangssprache und umgekehrt und verwenden geeignete Symbole,
- erstellen Tabellen und Diagramme und entnehmen diesen Daten und Werte,
- führen Lösungs- und Kontrollverfahren aus,
- setzen mathematische Werkzeuge wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software, Messgeräte sinnvoll und verständlich ein. Dabei wählen sie die Werkzeuge unter Berücksichtigung der Kriterien Genauigkeit, Zeitökonomie und Fehleranfälligkeit aus.

Problemlösen

Die Lernenden

- erfassen in Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen, formulieren diese in eigenen Worten und entwickeln Lösungsideen,
- wählen geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen aus, wenden sie an und bewerten Lösungswege,
- nutzen unterschiedliche Darstellungsformen und Verfahrensweisen zur Problemlösung,
- entnehmen Problemstellungen die relevanten Größen und beschreiben die Abhängigkeit zwischen ihnen,
- interpretieren Ergebnisse mit Blick auf das zu lösende Problem,
- reflektieren Lösungswege.

Modellieren

Die Lernenden

- entnehmen Informationen aus komplexen, nicht vertrauten Situationen und aus unterschiedlichen Informationsquellen,
- übersetzen mit Hilfe mathematischer Begriffe den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in bekannte mathematische Strukturen und Zusammenhänge unter Berücksichtigung von Einflussfaktoren und Abhängigkeiten,
- arbeiten innerhalb des gewählten mathematischen Modells und übersetzen die Ergebnisse zurück in die Realsituation,
- prüfen und interpretieren Ergebnisse in Realsituationen unter Einbeziehung einer kritischen Einschätzung des gewählten Modells,
- bewerten das gewählte Modell,
- geben für mathematische Modelle typische Realsituationen an.

Inhaltsfelder

Oben genannte Bildungsstandards und nachfolgende Inhaltsfelder stehen in einem korrespondierenden Verhältnis: In der aktiven Auseinandersetzung mit den wesentlichen Aspekten der Inhaltsfelder und deren Zusammenhängen entwickeln die Lernenden anwendungsbezogenes Wissen und Können.

Inhaltsfelder	
Zahl und Operation	
Zahlen	<p>Aus Beispielen der Lebensumwelt ergibt sich die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterungen. Basis hierfür sind sinntragende Vorstellungen von Zahlen. Durch schrittweise Zahlbereichserweiterungen steht der rationale Zahlenraum, insbesondere die natürlichen, ganzen und gebrochenen Zahlen, zur Verfügung.</p> <p>Der Zusammenhang zwischen numerischen und grafischen Darstellungen erlaubt das Vergleichen und Ordnen von Zahlen.</p> <p>Mittels der unterschiedlichen Grundvorstellungen der Brüche als Teil eines Ganzen, als Teil mehrerer Ganzer, als Maßzahl und zur Beschreibung von Verhältnissen sind vielfältige Probleme lös- oder beschreibbar.</p> <p>Der Einsatz von Quadratwurzeln führt in den Bereich der reellen Zahlen und ermöglicht das Lösen von geometrischen Problemen.</p>



<p>Operationen und ihre Eigenschaften</p>	<p>Rechenverfahren, Rechengesetze und deren Verknüpfungen im Bereich der rationalen Zahlen ermöglichen die Bearbeitung vielfältiger Problemstellungen aus dem Alltag. Die Anwendung der Verfahren und Gesetze zum vorteilhaften Rechnen steigert die Effektivität des Vorgehens. Die Angabe eines Anteils in Prozent ermöglicht die Verwendung einfacher Prozentangaben sowie die Lösung damit verbundener Problemstellungen, auch im Bereich Daten und Zufall.</p> <p>Die Grundaufgaben der Prozentrechnung werden genutzt, um Sachsituationen zu modellieren und prozentuale Angaben argumentativ zu beurteilen.</p> <p>Terme und Variable bieten Möglichkeiten für die Lösung von Problemen auf unterschiedlichen Ebenen.</p> <p>Die Prozent- und Zinsrechnung erlaubt die Modellierung lebensnaher Fragestellungen.</p>
<p>Raum und Form</p>	
<p>Ebene Figuren</p>	<p>Im Mittelpunkt des Inhaltsfeldes steht der Umgang mit Figuren aus der Lebensumwelt. Dabei werden Grundfiguren und deren Begrifflichkeiten (Fläche, Umfang) zum Modellieren verwendet.</p> <p>Diese Figuren werden in Form von Skizzen und/oder Konstruktionen, unter Einsatz geeigneter Hilfsmittel, auch dynamischer Geometriesoftware, dargestellt. Symmetrie wird zur Konstruktion von Figuren und Mustern mit bestimmten Eigenschaften genutzt. Eine Orientierung in der Ebene ist durch das kartesische Koordinatensystem gegeben.</p>
<p>Körper</p>	<p>Der Umgang mit Körpern aus der Technik und der Lebensumwelt steht im Mittelpunkt des Inhaltsfeldes. Vorstellungen von Körpern werden durch situationsangemessene Darstellungsformen entwickelt. Modelle, Skizzen, Schrägbilder und Netze werden unter Einsatz geeigneter Hilfsmittel zur Darstellung verwendet. Dies setzt eine Auseinandersetzung mit den Eigenschaften der Körper voraus. Gegenstände aus der Lebensumwelt lassen sich als zusammengesetzte Grundkörper unter Nutzung von Fachbegriffen beschreiben.</p>
<p>Beziehungen zwischen geometrischen Objekten</p>	<p>Die Lagebeziehung geometrischer Objekte zueinander wird mit Fachbegriffen beschrieben.</p> <p>Durch die Anwendung des Satzes von Pythagoras können komplexere Sachverhalte aus der Lebensumwelt mathematisiert und Probleme gelöst werden.</p>
<p>Größen und Messen</p>	
<p>Umgang mit Größen</p>	<p>Im Mittelpunkt des Inhaltsfeldes stehen Grundvorstellungen und Repräsentanten von Größen mit dem Ziel des verständigen Umgangs mit technischen und natürlichen Objekten. Eine elementare Rolle beim Umgang mit Umfang und Flächeninhalt bzw. Volumen spielt die Vorstellung des Aufbaus aus den Grundelementen (Einheitsquadrat, Einheitswürfel, Schichten).</p> <p>Neben exakten Größenangaben sind Schätzungen, Überschlagsrechnungen sowie das sinnvolle Runden erforderlich.</p>



Messvorgänge	<p>Eine Auseinandersetzung mit Länge, Flächeninhalt, Volumen, Masse/Gewicht, Währung/Geld, Zeitspanne und Winkel geschieht auf der Grundlage des Messens und Berechnens. Sie bedingt die Entwicklung von Größenvorstellungen.</p> <p>Durch Messungen werden insbesondere Größen ermittelt, die sich nicht oder nicht unmittelbar durch andere Techniken (Rechnungen) erfassen lassen (Quantität).</p> <p>Die Zusammenhänge zwischen den Volumina verwandter Körper werden mittels Messungen deutlich.</p>
Funktionaler Zusammenhang	
Zuordnungen und ihre Darstellungen	<p>Vielfältige realitätsnahe Problemstellungen erschließen sich mittels proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen und funktionaler Zusammenhänge. Sie werden in sprachlicher, tabellarischer oder grafischer Form dargestellt und ermöglichen das Lösen der Problemstellungen. Das Auswählen eines Lösungsweges erfolgt flexibel in Abhängigkeit von der jeweiligen Situation.</p> <p>Grafische Darstellungen vertiefen die Einsichten in mathematische Zusammenhänge. Der Dreisatz kann als verkürzte Tabelle genutzt werden (Algorithmus).</p>
Funktionen und Gleichungen	<p>Lineare Gleichungen werden genutzt, um Probleme in Sachkontexten zu modellieren. Einfache lineare Gleichungen werden durch Kalkül, systematisches Probieren, durch inhaltliches Lösen, auch unter Einsatz geeigneter Software, gelöst. Dabei wird die Effektivität des Vorgehens beim Lösen mit verschiedenen Verfahren und Strategien verglichen.</p>
Daten und Zufall	
Statistische Erhebungen und ihre Auswertung	<p>Die Durchführung, statistische Auswertung und Darstellung von Umfragen und Erhebungen im Rahmen von lebensnahen Realsituationen sind von zentraler Bedeutung.</p> <p>Die Ergebnisse von Untersuchungen werden unter Nutzung des Bruch- und Prozentbegriffs in Diagrammen und Tabellen veranschaulicht.</p> <p>Die Interpretation der Daten erfolgt unter Verwendung von Häufigkeiten und Mittelwerten, die händisch und durch Tabellenkalkulationsprogramme ermittelt und dargestellt werden.</p>
Umgang mit dem Zufall	<p>Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen werden beschrieben. Die Eintrittswahrscheinlichkeit von Ereignissen wird bestimmt. Unter Zuhilfenahme von Baumdiagrammen ist dies in formalisierter Form möglich.</p>

7 Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen und Inhaltsfelder

Die nachfolgenden lernzeitbezogenen Kompetenzerwartungen und Schwerpunktsetzungen in den Inhaltsfeldern beschreiben jeweils die Anforderungen am Ende der Doppeljahrgangsstufen 5/6 und 7/8. Der Kompetenzerwerb wird hierin kumulativ beschrieben, was bedeutet, dass die Kompetenzen und die an sie gebundenen mathematischen Inhalte der unteren Jahrgangsstufen in den folgenden vorausgesetzt und daher nicht mehr explizit erwähnt werden.

7.1 Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 6

Kompetenzbereiche

Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen

Darstellen

Die Lernenden

- erkennen Grundstrukturen und Grundmuster in der Lebensumwelt wieder und stellen sie sachgerecht dar,
- stellen Zahlen, Figuren der Situation angemessen dar,
- verwenden unterschiedliche Darstellungsformen und beschreiben Beziehungen zwischen ihnen,
- vergleichen Darstellungen miteinander und bewerten diese.

Kommunizieren

Die Lernenden

- beschreiben Vorgehensweisen,
- vollziehen mathematische Argumentationen anderer nach und überprüfen sie,
- präsentieren, erläutern und überprüfen Arbeitsergebnisse sowie die zugrunde liegenden Überlegungen und Strategien,
- verwenden die eingeführten Fachbegriffe und Darstellungen.

Argumentieren

Die Lernenden

- hinterfragen und verdeutlichen mathematische Sachverhalte und überprüfen diese,
- äußern begründete Vermutungen über mathematische Zusammenhänge und stellen Vergleiche an,
- setzen mathematische Begriffe und deren anschauliche Konkretisierung zueinander in Beziehung,
- beschreiben, vergleichen und bewerten unterschiedliche Verfahren, Lösungswege und Argumentationen.

**Umgehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen**

Die Lernenden

- deuten Variable als Platzhalter in Gleichungen zur symbolischen Darstellung mathematischer Probleme und von Sachsituationen,
- übersetzen in Sachzusammenhängen Fachsprache in Umgangssprache und umgekehrt und verwenden geeignete Symbole,
- erstellen einfache Tabellen und Diagramme und entnehmen diesen Daten und Werte,
- führen Lösungs- und Kontrollverfahren aus,
- nutzen angemessen die Werkzeugkiste mit Messgeräten, Lineal, Geodreieck und Zirkel.

Problemlösen

Die Lernenden

- erfassen in Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen, formulieren diese in eigenen Worten und entwickeln Lösungsideen,
- wenden heuristische Problemlösestrategien und mathematische Verfahren zur Lösung einfacher Alltagsprobleme an,
- entnehmen einer anwendungsbezogenen Problemstellung die zu ihrer Lösung relevanten Daten,
- interpretieren Ergebnisse mit Blick auf das zu lösende Problem,
- reflektieren Lösungswege.

Modellieren

Die Lernenden

- entnehmen Sachtexten und Darstellungen aus der Lebenswirklichkeit Informationen,
- übersetzen Sachprobleme der Realität in mathematische Modelle,
- arbeiten innerhalb des gewählten mathematischen Modells,
- interpretieren die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen in der Realsituation und überprüfen sie,
- bewerten das gewählte Modell,
- formulieren zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben.

7.2 Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 8

Kompetenzbereiche

Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen

Darstellen

Die Lernenden

- erkennen Grundstrukturen und Grundmuster in der Lebensumwelt wieder und stellen sie sachgerecht dar,
- stellen Zahlen, Figuren der Situation angemessen dar,
- erstellen differenzierte und übersichtliche Darstellungsformen und wechseln zwischen ihnen,
- vergleichen Darstellungen miteinander und bewerten diese.

Kommunizieren

Die Lernenden

- beschreiben Vorgehensweisen,
- vergleichen, diskutieren und bewerten unterschiedliche Lösungswege, Argumentationen und Ergebnisse sachgerecht,
- präsentieren, erläutern und überprüfen Arbeitsergebnisse sowie die zugrunde liegenden Überlegungen und Strategien,
- verwenden die eingeführten Fachbegriffe und Darstellungen.

Argumentieren

Die Lernenden

- begründen mathematische Sachverhalte, Regeln und Rechenverfahren und überprüfen diese,
- äußern begründete Vermutungen über mathematische Zusammenhänge und stellen Vergleiche an,
- setzen mathematische Begriffe und deren anschauliche Konkretisierung zueinander in Beziehung,
- vollziehen mathematische Argumentationen nach, bewerten sie und begründen sachgerecht.

Umgehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen

Die Lernenden

- stellen einfache Sachzusammenhänge durch Funktionen dar,



- übersetzen in Sachzusammenhängen Fachsprache in Umgangssprache und umgekehrt und verwenden geeignete Symbole,
- nutzen Software zur Darstellung und Manipulation funktionaler Zusammenhänge,
- führen Lösungs- und Kontrollverfahren aus,
- setzen mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständlich ein -
Werkzeuge:
 - Standardfunktionen des Taschenrechners
 - Formelsammlungen
 - dynamische Geometriesoftware
 - Tabellenkalkulationssoftware.

Problemlösen

Die Lernenden

- erfassen in Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen, formulieren diese in eigenen Worten und entwickeln Lösungsideen,
- wenden heuristische Problemlösestrategien und mathematische Verfahren bewusst zur Lösung einfacher Alltagsprobleme an,
- nutzen unterschiedliche Darstellungsformen und Verfahrensweisen zur Problemlösung,
- entnehmen einer anwendungsbezogenen Problemstellung die zu ihrer Lösung relevanten Daten,
- interpretieren Ergebnisse mit Blick auf das zu lösende Problem,
- reflektieren Lösungswege.

Modellieren

Die Lernenden

- entnehmen Sachtexten und Darstellungen aus der Lebenswirklichkeit relevante Informationen,
- übersetzen Realsituationen in mathematische Modelle,
- arbeiten innerhalb des gewählten mathematischen Modells,
- interpretieren die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen in der Realsituation und modifizieren ggf. das verwendete Modell,
- bewerten das gewählte Modell,
- geben für mathematische Modelle typische Realsituationen an.

7.3 Schwerpunktsetzungen in den Inhaltsfeldern der Jahrgangsstufen 5 – 9 (Übersicht)

Die folgende Tabelle weist die unverzichtbaren Inhalte mit wachsender Komplexität in den Doppeljahrgangsstufen auf.

Inhaltsfelder	Jahrgangsstufe 5/6	Jahrgangsstufe 7/8	Jahrgangsstufe 9
Zahl und Operation			
Zahlen	<ul style="list-style-type: none"> Natürliche Zahlen Vorstellungsaufbau im Bereich der negativen Zahlen Brüche als Teil eines Ganzen, als Teil mehrerer Ganzer, als Maßzahl und zur Beschreibung von Verhältnissen Dezimalbrüche (abbrechend, periodisch) Einfache Prozentangaben Vergleichen, Ordnen von natürlichen und gebrochenen Zahlen (gewöhnliche Brüche, Dezimalbrüche) Runden von natürlichen Zahlen und Dezimalbrüchen Gemeinsame Teiler und gemeinsame Vielfache Darstellungen (Zahlenstrahl) 	<ul style="list-style-type: none"> Rationale Zahlen Vergleichen, Ordnen und Runden von rationalen Zahlen Orientierung im zweidimensionalen Koordinatensystem Darstellung (Kreisdiagramm) 	<ul style="list-style-type: none"> Quadratwurzel Potenzbegriff
Operationen und ihre Eigenschaften	<ul style="list-style-type: none"> Grundrechenarten und Rechengesetze für natürliche und gebrochene Zahlen Strategien zum vorteilhaften Rechnen 	<ul style="list-style-type: none"> Terme und Variable Grundaufgaben der Prozent- und Zinsrechnung 	<ul style="list-style-type: none"> Rechnen mit überschaubaren Potenzen, insbesondere Quadratwurzeln Prozentrechnen mit erhöhtem und vermindertem Grundwert



Raum und Form			
Ebene Figuren	<ul style="list-style-type: none"> • Grundfiguren (Quadrat, Rechteck, Dreieck, Kreis) und zusammengesetzte Flächen • Konstruktion von Figuren und Mustern • Symmetrieeigenschaften von Grundfiguren • Kartesisches Koordinatensystem im ersten Quadranten 	<ul style="list-style-type: none"> • Grundfiguren (Parallelogramm, Trapez, Raute, Drachen, Kreis) • Konstruktionen mit Zeichengeräten und dynamischer Geometriesoftware (Dreiecke und Vierecke) • Symmetrieeigenschaften von Figuren • Kartesisches Koordinatensystem in allen vier Quadranten 	
Körper	<ul style="list-style-type: none"> • Grundkörper (Quader, Würfel) und zusammengesetzte Körper • Beschreibung von Volumen und Oberflächeninhalt der Grundkörper • Modelle, Schrägbilder und Netze der Grundkörper 	<ul style="list-style-type: none"> • Grundkörper (Prisma) • Beschreibung von Volumen und Oberflächeninhalt beim Prisma • Modelle, Schrägbilder und Netze bekannter Körper 	<ul style="list-style-type: none"> • Grundkörper (Pyramide, Kegel, Zylinder, Kugel) • Körper aus der Technik und der Lebensumwelt • Beschreibung von Volumen und Oberflächeninhalt bei Pyramide, Kegel, Zylinder, Kugel • Modelle, Schrägbilder und Netze bekannter Körper
Beziehungen zwischen geometrischen Objekten	<ul style="list-style-type: none"> • Fachbegriffe parallel, senkrecht, Abstand • Bewegungen von Figuren: Drehung (180°), Spiegelungen, Verschiebungen 	<ul style="list-style-type: none"> • Achsen- und Punktsymmetrie als Beziehungen zwischen geometrischen Objekten 	<ul style="list-style-type: none"> • Satz des Pythagoras mit anschaulich-geometrischem Beweis • Kongruenzbegriff



Größen und Messen			
Umgang mit Größen	<ul style="list-style-type: none"> • Größenvorstellungen • Einheitsquadrat, Einheitswürfel • Repräsentanten, Schätzungen und Überschlagsrechnungen • Runden • Umrechnung von Größen • Klassifizieren von Winkeln 	<ul style="list-style-type: none"> • Zusammengesetzte Figuren • Einfache Winkelsätze (Stufen-/Wechselwinkel) • Winkelsummensatz bei Dreiecken und Vierecken 	
Messvorgänge	<ul style="list-style-type: none"> • Länge • Masse/Gewichte • Währung/Geld • Zeitspanne • Winkel • Flächeninhalt und Umfang von Quadrat und Rechteck • Volumen und Oberflächeninhalt der Grundkörper 	<ul style="list-style-type: none"> • Flächeninhalt und Umfang von Dreieck, Parallelogramm, Trapez • Volumen und Oberflächeninhalt beim Prisma 	<ul style="list-style-type: none"> • Flächeninhalt und Umfang vom Kreis • Volumen und Oberflächeninhalt bei Pyramide, Kegel, Zylinder, Kugel



Funktionaler Zusammenhang			
Zuordnungen und ihre Darstellungen	<ul style="list-style-type: none"> • Grundvorstellungen zu einfachen Zuordnungen von Größen • Darstellung der Zuordnungen in Schaubildern und Tabellen 	<ul style="list-style-type: none"> • Proportionale und antiproportionale Zuordnungen und ihre Eigenschaften • Dreisatzmethoden • Darstellung der proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen in sprachlicher, tabellarischer und graphischer Form 	<ul style="list-style-type: none"> • Grundvorstellungen zu nicht-proportionalen funktionalen Zusammenhängen • Darstellung der Zuordnungen in sprachlicher, tabellarischer oder graphischer Form
Funktionen und Gleichungen		<ul style="list-style-type: none"> • Lösen von einfachen linearen Gleichungen (formal, inhaltlich, systematisches Probieren) • Vergleich des Vorgehens beim Lösen von einfachen linearen Gleichungen 	
Daten und Zufall			
statistische Erhebungen und ihre Auswertung	<ul style="list-style-type: none"> • Umfragen und Erhebungen (Planung, Durchführung und statistische Auswertung) • Kenngrößen (Häufigkeiten, arithmetisches Mittel, Spannweite) • Darstellung von Daten in Listen und Diagrammen 	<ul style="list-style-type: none"> • Darstellung von Daten in Diagrammen und Tabellen 	
Umgang mit dem Zufall	<ul style="list-style-type: none"> • Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen • Verschiedene Vorstellungen vom Wahrscheinlichkeitsbegriff • Absolute und relative Häufigkeiten 	<ul style="list-style-type: none"> • Zweistufige Zufallsexperimente • Baumdiagramme • Pfadregeln 	

8 Synopsen

8.1 Kompetenzentwicklung (Jahrgangsstufen 4 – 9)

Bildungsstandards am Ende der Jahrgangsstufe 4	Bildungsstandards am Ende der Jahrgangsstufe 9 (HSA)
Darstellen	
Die Lernenden können	Die Lernenden
<ul style="list-style-type: none"> ■ geeignete Darstellungen für das Bearbeiten mathematischer Probleme auswählen und nutzen, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ wählen die Darstellungsform adressatengerecht und sachangemessen aus und bereiten sie präsentationsgerecht auf,
<ul style="list-style-type: none"> ■ Darstellungen entwickeln, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ stellen Zahlen, Figuren der Situation angemessen dar,
<ul style="list-style-type: none"> ■ eine Darstellung in eine andere übertragen, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ erkennen Beziehungen zwischen verschiedenen Darstellungsformen und wechseln zwischen ihnen,
<ul style="list-style-type: none"> ■ Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten. 	<ul style="list-style-type: none"> ■ interpretieren und bewerten Darstellungen.
Kommunizieren	
Die Lernenden können	Die Lernenden
<ul style="list-style-type: none"> ■ Vorgehensweisen beschreiben, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ beschreiben Vorgehensweisen,
<ul style="list-style-type: none"> ■ Lösungswege anderer nachvollziehen, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ stellen unterschiedliche Lösungswege vor, erläutern, vergleichen und bewerten diese,
<ul style="list-style-type: none"> ■ Lösungswege gemeinsam reflektieren, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ dokumentieren Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse, stellen diese adressatengerecht dar und präsentieren sie, auch unter Nutzung geeigneter Medien,
<ul style="list-style-type: none"> ■ eingeführte Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden. 	<ul style="list-style-type: none"> ■ verwenden die Fachsprache adressatengerecht.
Argumentieren	
Die Lernenden können	Die Lernenden
<ul style="list-style-type: none"> ■ mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ stellen Fragen nach Verallgemeinerung und Spezifikation mathematischer Sachverhalte und prüfen diese auf Korrektheit,



Bildungsstandards am Ende der Jahrgangsstufe 4	Bildungsstandards am Ende der Jahrgangsstufe 9 (HSA)
<ul style="list-style-type: none"> ■ Vermutungen über mathematische Zusammenhänge äußern, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ äußern begründete Vermutungen über mathematische Zusammenhänge und stellen Vergleiche an,
<ul style="list-style-type: none"> ■ Begründungen formulieren, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ analysieren, erläutern und begründen mathematische Aussagen auch in einfachen Argumentationsketten,
<ul style="list-style-type: none"> ■ Lösungswege vergleichen und bewerten. 	<ul style="list-style-type: none"> ■ vollziehen mathematische Argumentationen nach, bewerten sie und begründen sachgerecht.
Umgehen mit	
Die Lernenden können	Die Lernenden
<ul style="list-style-type: none"> ■ neben der Umgangssprache auch Fachsprache nutzen, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ arbeiten formal mit Variablen, Termen und Gleichungen,
<ul style="list-style-type: none"> ■ in Sachzusammenhängen Fachsprache in Umgangssprache übersetzen und umgekehrt und geeignete Symbole verwenden. 	<ul style="list-style-type: none"> ■ übersetzen in Sachzusammenhängen Fachsprache in Umgangssprache und umgekehrt und verwenden geeignete Symbole,
	<ul style="list-style-type: none"> ■ erstellen Tabellen und Diagramme und entnehmen diesen Daten und Werte,
<ul style="list-style-type: none"> ■ Kontrollverfahren zur Überprüfung von Ergebnissen ausführen, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ führen Lösungs- und Kontrollverfahren aus,
<ul style="list-style-type: none"> ■ Mess- und Zeichengeräte sachgerecht und anforderungsbezogen einsetzen. 	<ul style="list-style-type: none"> ■ setzen mathematische Werkzeuge wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software, Messgeräte sinnvoll und verständlich ein. Dabei wählen sie die Werkzeuge unter Berücksichtigung der Kriterien Genauigkeit, Zeitökonomie und Fehleranfälligkeit aus.
Problemlösen	
Die Lernenden können	Die Lernenden
<ul style="list-style-type: none"> ■ in Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen und Zusammenhänge erfassen und diese in eigenen Worten formulieren, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ erfassen in Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen, formulieren diese in eigenen Worten und entwickeln Lösungsideen,
<ul style="list-style-type: none"> ■ Lösungsstrategien entwickeln und auf ähnliche Sachverhalte übertragen, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ wählen geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen aus, wenden sie an und bewerten Lösungswege,
	<ul style="list-style-type: none"> ■ nutzen unterschiedliche Darstellungsformen und Verfahrensweisen zur Problemlösung,



Bildungsstandards am Ende der Jahrgangsstufe 4	Bildungsstandards am Ende der Jahrgangsstufe 9 (HSA)
	<ul style="list-style-type: none"> ■ entnehmen Problemstellungen die relevanten Größen und beschreiben die Abhängigkeit zwischen ihnen,
<ul style="list-style-type: none"> ■ Ergebnisse reflektieren, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ interpretieren Ergebnisse mit Blick auf das zu lösende Problem,
<ul style="list-style-type: none"> ■ Lösungswege reflektieren. 	<ul style="list-style-type: none"> ■ reflektieren Lösungswege.
Modellieren	
Die Lernenden können	Die Lernenden
<ul style="list-style-type: none"> ■ kurzen Sachtexten und einfachen Darstellungen aus der Lebenswirklichkeit Informationen entnehmen, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ entnehmen Informationen aus komplexen, nicht vertrauten Situationen und aus unterschiedlichen Informationsquellen,
<ul style="list-style-type: none"> ■ Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ übersetzen mit Hilfe mathematischer Begriffe den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in bekannte mathematische Strukturen und Zusammenhänge unter Berücksichtigung von Einflussfaktoren und Abhängigkeiten,
<ul style="list-style-type: none"> ■ innermathematische Aspekte der Problemstellung sachgerecht bearbeiten, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ arbeiten innerhalb des gewählten mathematischen Modells und übersetzen die Ergebnisse zurück in die Realsituation,
<ul style="list-style-type: none"> ■ Probleme mathematisch lösen und diese Lösungen wieder auf die Ausgangssituation beziehen, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ prüfen und interpretieren Ergebnisse in Realsituationen unter Einbeziehung einer kritischen Einschätzung des gewählten Modells,
<ul style="list-style-type: none"> ■ das gewählte Modell bewerten, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ bewerten das gewählte Modell,
<ul style="list-style-type: none"> ■ zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben formulieren. 	<ul style="list-style-type: none"> ■ geben für mathematische Modelle typische Realsituationen an.

8.2 Bildungsstandards nach Bildungsgängen

Die teilweise gleich lautenden Standards für alle Bildungsgänge müssen vor dem Hintergrund unterschiedlich komplexer Inhaltsfelder und methodisch-didaktischer Vorgehensweisen gesehen werden (siehe Erläuterungen zu den Inhaltsfeldern in den verschiedenen Bildungsgängen).

Bildungsstandards Hauptschulabschluss (HSA)	Bildungsstandards Mittlerer Schulabschluss (MSA)	Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 9/10 (ÜSekII)
Darstellen		
Die Lernenden		
■ wählen die Darstellungsform adressatengerecht und sachangemessen aus und bereiten sie präsentationsgerecht auf,		
■ stellen Zahlen, Figuren der Situation angemessen dar,	■ entwickeln Darstellungen,	
■ erkennen Beziehungen zwischen verschiedenen Darstellungsformen und wechseln zwischen ihnen,		
■ interpretieren und bewerten Darstellungen.		
Kommunizieren		
Die Lernenden		
■ beschreiben Vorgehensweisen,		
■ stellen unterschiedliche Lösungswege vor, erläutern, vergleichen und bewerten diese,		
■ dokumentieren Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse, stellen diese adressatengerecht dar und präsentieren sie, auch unter Nutzung geeigneter Medien,		
■ verwenden die Fachsprache adressatengerecht.		

Bildungsstandards Hauptschulabschluss (HSA)	Bildungsstandards Mittlerer Schulabschluss (MSA)	Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 9/10 (ÜSekII)
Argumentieren		
Die Lernenden		
■ stellen Fragen nach Verallgemeinerung und Spezifikation mathematischer Sachverhalte und prüfen diese auf Korrektheit,		
■ äußern begründete Vermutungen über mathematische Zusammenhänge und stellen Vergleiche an,		
■ analysieren, erläutern und begründen mathematische Aussagen auch in einfachen Argumentationsketten,	■ analysieren mathematische Aussagen und Verfahren, erläutern und begründen solche auch durch mehrschrittige Argumentationsketten,	■ analysieren, erläutern und begründen mathematische Aussagen und Verfahren auch durch mehrschrittige Argumentationsketten,
■ vollziehen mathematische Argumentationen nach, bewerten sie und begründen sachgerecht.		
Umgehen mit ...		
Die Lernenden		
■ arbeiten formal mit Variablen, Termen und Gleichungen,		
■ übersetzen in Sachzusammenhängen Fachsprache in Umgangssprache und umgekehrt und verwenden geeignete Symbole,		
■ erstellen Tabellen und Diagramme und entnehmen diesen Daten und Werte,		
■ führen Lösungs- und Kontrollverfahren aus,		
■ setzen mathematische Werkzeuge wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software, Messgeräte sinnvoll und verständig ein. Dabei wählen sie die Werkzeuge unter Berücksichtigung der Kriterien Genauigkeit, Zeitökonomie und Fehleranfälligkeit aus.		



Bildungsstandards Hauptschulabschluss (HSA)	Bildungsstandards Mittlerer Schulabschluss (MSA)	Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 9/10 (ÜSekII)
Problemlösen		
Die Lernenden		
■ erfassen in Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen, formulieren diese in eigenen Worten und entwickeln Lösungsideen,		
■ wählen geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen aus, wenden sie an und bewerten Lösungswege,		
■ nutzen unterschiedliche Darstellungsformen und Verfahrensweisen zur Problemlösung,		
■ entnehmen Problemstellungen die relevanten Größen und beschreiben die Abhängigkeit zwischen ihnen,		
■ interpretieren Ergebnisse mit Blick auf das zu lösende Problem,		
■ reflektieren Lösungswege.		
Modellieren		
Die Lernenden		
■ entnehmen Informationen aus komplexen, nicht vertrauten Situationen und aus unterschiedlichen Informationsquellen,		
■ übersetzen mit Hilfe mathematischer Begriffe den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in bekannte mathematische Strukturen und Zusammenhänge unter Berücksichtigung von Einflussfaktoren und Abhängigkeiten,		
■ arbeiten innerhalb des gewählten mathematischen Modells und übersetzen die Ergebnisse zurück in die Realsituation,		
■ prüfen und interpretieren Ergebnisse in Realsituationen unter Einbeziehung einer kritischen Einschätzung des gewählten Modells,		
■ bewerten das gewählte Modell,		
■ geben für mathematische Modelle typische Realsituationen an.		