



Hessisches Kultusministerium



HESSEN



Berufliche Schulen des Landes Hessen

Lehrplan

Fachoberschule

Allgemein bildender Lernbereich

Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Gemeinsame Präambel der allgemein bildenden Fächer	3
1. Geltungsbereich und rechtliche Grundlagen	3
2. Allgemeine Zielsetzungen und Schwerpunkte in der Fachoberschule	3
3. Lehrpläne und Kompetenzorientierung	4
Teil A Grundlegungen für das Unterrichtsfach Mathematik	5
1. Aufgaben und Ziele des Fachs	5
2. Didaktisch-methodische Grundlagen	6
3. Umsetzung des Lehrplans	8
Teil B Unterrichtspraktischer Teil des Unterrichtsfachs Mathematik	9
1. Kompetenzorientiertes Abschlussprofil	9
2. Übersicht der Themenfelder	9
3. Beschreibung der Themenfelder	10
3.1 Der Ausbildungsabschnitt I	10
Funktionale Zusammenhänge	10
Beschreibende Statistik	12
3.2 Der Ausbildungsabschnitt II	13
Funktionen	13
Differentialrechnung	16
Schwerpunktbezogenes Themenfeld	
Integralrechnung	18
Lineare Algebra und analytische Geometrie	20
Stochastik	22

Gemeinsame Präambel der allgemein bildenden Fächer

1. Geltungsbereich und rechtliche Grundlagen

Die Lehrpläne gelten für den allgemein bildenden Lernbereich der verschiedenen Fachrichtungen und Organisationsformen der Fachoberschule, die zur Fachhochschulreife führt (§ 37 Hessisches Schulgesetz). Rechtliche Grundlagen der Lehrpläne sind weiterhin die zum Zeitpunkt der Lehrplannerstellung geltenden Verordnungen und (Rahmen-)Vereinbarungen über die Ausbildung und die Abschlussprüfung an einer Fachoberschule sowie über den Erwerb der Fachhochschulreife. Des Weiteren bilden die Bildungsstandards für den Mittleren Abschluss (Beschluss der KMK vom 04.12.2003) den gemeinsamen Ausgangspunkt der Lehrpläne.

2. Allgemeine Zielsetzungen und Schwerpunkte in der Fachoberschule

Der Unterricht der Fachoberschule erweitert die Allgemeinbildung der Schülerinnen und Schüler. Er vermittelt ihnen die erforderlichen Kenntnisse, Fähigkeiten und Arbeitstechniken, die sie zur Übernahme von Aufgaben in mittleren oder gehobenen Funktionen sowie zur Aufnahme und erfolgreichen Absolvierung einer selbstständigen Tätigkeit, eines Fachhochschulstudiums oder eines Bachelor-Studienganges an einer hessischen Universität oder Hochschule befähigen.

Der Unterricht in den allgemein bildenden Fächern fördert das Bewusstsein der Notwendigkeit des lebenslangen Lernens und die Bereitschaft dazu. Damit bereitet er die Schülerinnen und Schüler auf das selbstständige Leben in einer Gesellschaft und Arbeitswelt vor, die sich in Bezug auf Komplexität und Qualitätsanforderungen in einem stetigen Wandel befinden.

Es ist Aufgabe jedes Fachunterrichts, den Schülerinnen und Schülern einen fachbezogenen oder fächerübergreifenden exemplarischen und vernetzten Einblick in die erkennbare Welt mit ihren Schlüsselproblemen zu vermitteln, denn nur dadurch lässt sich ein Urteilshorizont aufbauen, der über den eigenen Lebenshorizont hinausweist. Dadurch kommt „Wissenserwerb“ und „Wissen“ – insbesondere in den allgemein bildenden Fächern – ein Eigenwert über seinen praktischen privaten oder beruflichen Nutzen hinaus zu.

Für die allgemeine Berufs- und Studierfähigkeit wie auch für die Teilhabe am gesellschaftlichen, politischen und kulturellen Leben sind folgende Qualifikationen, zu denen die allgemein bildenden Fächer ihren Beitrag leisten, wesentlich:

- Die Fähigkeit zur Interaktion, Kommunikation und zur Übernahme von Verantwortung im Arbeitszusammenhang mit Kolleginnen und Kollegen und zur gemeinsamen Gestaltung der Arbeits- und Produktionsprozesse.
- Die Fähigkeit zur Kommunikation über kulturelle und ästhetische, politische und wirtschaftliche Fragen wie auch über spezielle Fragen beruflicher Arbeit.
- Die Fähigkeit zur Interaktion mit Menschen anderer kultureller Prägungen.
- Die Fähigkeit, in einer Fremdsprache in Alltags- und beruflichen Situationen zu kommunizieren.
- Die Fähigkeit zu Reflexion und Gestaltung gesellschaftlicher und wissenschaftlicher Entwicklungen, insbesondere unter Aspekten einer sozial- und naturverträglichen Technikgestaltung.
- Die Fähigkeit, mathematische Symbole und Modelle bei Problemen, die eine Mathematisierung erfordern, anzuwenden.

Die Schülerinnen und Schüler erwerben am Ende der Fachoberschule eine umfassende Handlungskompetenz, verstanden als die Bereitschaft des Einzelnen, sich in gesellschaftlichen, beruflichen und privaten Handlungssituationen sachgerecht, durchdacht und sozialverantwortlich zu verhalten. Sie entfaltet sich in den Dimensionen Fachkompetenz, Personalkompetenz, Sozialkompetenz, Methodenkompetenz und Lernkompetenz.

3. Lehrpläne und Kompetenzorientierung

Die Lehrpläne formulieren fachbezogene Kompetenzen, die die Schülerinnen und Schüler bis zum Ende des zweiten Ausbildungsabschnitts der Fachoberschule in dem jeweiligen Fach erworben haben sollen.

Die ausgewiesenen Kompetenzen stehen dauerhaft zur Verfügung und sind flexibel, selbstständig und in einer Vielzahl von Kontexten einsetzbar. Sie zielen somit auf systematisches und vernetztes Lernen. Sie folgen so dem Prinzip des kumulativen und prozessorientierten Kompetenzerwerbs.

Die Kompetenzen sollen eine Leitfunktion haben sowie Impulse und Schwerpunkte in den entsprechenden Fächern setzen. Die Lehrpläne, in die sie eingebettet sind, liefern didaktische, methodische, organisatorische und inhaltliche Grundlagen und Hinweise für die Gestaltung des Lernprozesses zur Kompetenzerreichung..

Die mit dem Kompetenzbegriff verbundenen didaktischen Zielsetzungen sind die Grundlage für die Entwicklung kompetenzfördernder Lernmethoden.. Ein Unterricht, der Kompetenzen fördert, zeichnet sich dadurch aus, dass problem- und handlungsorientiert an komplexen Aufgabenstellungen in wechselnden Sozialformen selbstständig gelernt wird.

Teil A Grundlegungen für das Unterrichtsfach Mathematik

1. Aufgaben und Ziele des Fachs

Die Mathematik hat ihren Ursprung im Interesse des Menschen, Dinge der Erfahrungswelt und ihre gegenseitigen Beziehungen quantitativ zu erfassen.

Für planendes Handeln sind Zählen, Messen, Rechnen und Berechnen, Zeichnen und Konstruieren sowie das systematische Problemlösen wichtige Voraussetzungen.

Dieses planende Handeln hat auch in der Sekundarstufe II Relevanz für den Alltag. Darüber hinaus geht es um ein mathematisches Abstraktionsniveau, welches zur Aufnahme eines Studiums befähigt.

Dazu gehören die Entwicklung klarer mathematischer Begriffe und Vorstellungen, eine folgerichtige Gedankenführung und systematisches induktives oder deduktives Vorgehen.

Dies erfordert den sorgfältigen Gebrauch der Sprache und der Fachsprache sowie der mathematischen Symbole und Formeln. Entsprechende Fähigkeiten auszubilden ist eine durchgängige Aufgabe im Mathematikunterricht und bringt Gewinn über das mathematische Fachgebiet hinaus.

Im Mathematikunterricht der Fachoberschule sind Fachsystematik mit innermathematischen Inhalten und Anwendungsbezüge gleichermaßen wichtig.

An geeigneten Aufgabenstellungen aus den Bereichen Naturwissenschaften, Technik, Wirtschaft, Sozialwissenschaften und Gestaltung lernen die Schülerinnen und Schüler, Sachzusammenhänge mathematisch zu erfassen, entsprechende Modellvorstellungen zu entwickeln und gegebenenfalls mit geeigneten mathematischen und technischen Werkzeugen zu behandeln. Dadurch erkennen sie die Bedeutung mathematischer Verfahren für die Lösung außermathematischer Problemstellungen.

2. Didaktisch-methodische Grundlagen

Von den Schülerinnen und Schülern wird am Ende der Fachoberschule erwartet, dass sie unterschiedliche und schnell wechselnde Anforderungen in Studium, Beruf und Privatleben aber auch aus politischer, sozialer und kultureller Betätigung erfolgreich bewältigen. Für eine erfolgreiche Bewältigung dieser Anforderungen sind sowohl innermathematische als auch fachübergreifende Kompetenzen erforderlich. Bei den innermathematischen Kompetenzen handelt es sich einerseits um inhaltsbezogene Fachkompetenzen und andererseits um prozessorientierte Fähigkeiten.

Fachbezogene Kompetenzen

Der Mathematikunterricht fördert den Erwerb der fachbezogenen Kompetenzen, indem er drei sich jeweils ergänzende Grunderfahrungen von Mathematik ermöglicht:

- Mathematik als Werkzeug und Modell zum Wahrnehmen, Verstehen und Beherrschen von Erscheinungen aus Natur, Gesellschaft und Kultur,
- Mathematik als geistige Schöpfung, repräsentiert in Sprache, Symbolen oder Bildern, und mit einer spezifischen Art der Erkenntnisgewinnung,
- Mathematik als Handlungsfeld für die aktive und heuristische Auseinandersetzung mit herausfordernden Fragestellungen auch im Alltag.

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen sind den einzelnen Themenfeldern zugeordnet und können dem Kapitel 2 entnommen werden.

Prozessbezogene Kompetenzen

Prozessbezogene mathematische Kompetenzen können an unterschiedlichen Inhalten erworben werden. Dabei ist wichtig, dass alle nachfolgend aufgeführten Kompetenzen ausgewogen berücksichtigt werden.

Argumentieren

Mathematisches Argumentieren umfasst das Erkunden von Situationen, das Aufstellen von Vermutungen und das schlüssige (auch mehrschrittige) Begründen von vermuteten Zusammenhängen. Hierbei kommen unterschiedliche Abstufungen von Strenge zum Tragen: vom intuitiven Begründen durch Verweis auf Plausibilität oder Beispiele bis zum mehrschrittigen Beweisen durch Zurückführen auf gesicherte Aussagen.

Problemlösen

Mathematisches Problemlösen findet statt, sobald in einer mathematischen Situation keine vertrauten Lösungsverfahren angewendet werden können und ist damit abhängig vom Kenntnisstand des Einzelnen. Auch beim mathematischen Bearbeiten von Modellen und beim Suchen von Begründungen findet Problemlösen statt. Problemlösen in der Mathematik zeichnet sich aus durch die Verwendung von spezifischen Strategien (z. B. Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Auswählen von Hilfsgrößen) und von verschiedenen Darstellungsformen (verbal, numerisch, grafisch, symbolisch). Wesentlich für ein effektives Problemlösen ist die Reflexion von Lösungswegen und den dabei verwendeten Strategien.

Modellieren

Beim mathematischen Modellieren werden Situationen aus der Realität zunächst vereinfacht, und anschließend mathematisiert. Die Bearbeitung einer solchen mathematischen Beschreibung der Realsituation führt zu Ergebnissen, die in der Realsituation wieder interpretiert werden müssen. Die Besonderheit eines reflektierten Modellierens liegt darin, dass die verwendeten bzw. entwickelten mathematischen Modelle validiert, d. h. in ihrer Gültigkeit überprüft und gegebenenfalls revidiert werden müssen

Darstellungen verwenden

Mathematisches Arbeiten zeichnet sich durch Interpretieren und Anlegen von Darstellungen und durch den flexiblen, problemangemessenen Wechsel zwischen Darstellungen aus. Dabei bietet die Mathematik verschiedene, sich gegenseitig ergänzende Darstellungsformen:

- verbale Beschreibungen in geschriebenem Text oder gesprochener Sprache,
- numerische Darstellungen (z. B. in Tabellenform),
- grafische Darstellungen (z. B. Figuren, die geometrische, stochastische oder logische Zusammenhänge repräsentieren),
- Graphen, die funktionale Zusammenhänge darstellen,
- mathematisch-symbolische Darstellungen (z.B. Variablen und Terme).

Symbole, Verfahren und Werkzeuge verwenden

Mathematische Symbole, Verfahren und Werkzeuge können zur strukturierten knappen Darstellung von Zusammenhängen sowie zur Entlastung von sich wiederholenden Tätigkeiten dienen. Ihre effektive Verwendung setzt die Sicherheit im Umgang mit Regeln und ein grundlegendes Verstehen ihrer Bedeutung bzw. ihres Funktionsprinzips voraus. Von besonderer Bedeutung ist der sichere Umgang der Schülerinnen und Schüler mit modernen Technologien wie z. B. Tabellenkalkulationsprogrammen, Funktionsplottern sowie Computer Algebra Systemen (CAS). Die Entlastung der Schülerinnen und Schüler von rechenintensiven Routineaufgaben ermöglicht eine Schwerpunktsetzung in Richtung problemorientierter Fragestellungen. Intelligente Computernutzung fördert den Erwerb der oben beschriebenen Kompetenzen und die Eigenständigkeit der Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise. Sie erhalten dadurch die Möglichkeit zu forschendem und entdeckendem Lernen. Verschiedene Modellierungen können ohne großen Zeitaufwand durchgespielt werden. Die Vernetzung zwischen verschiedenen Gebieten und das Bearbeiten von fachübergreifenden Themen werden erleichtert.

Kommunizieren und Kooperieren

Die Kommunikation über mathematische Zusammenhänge bzw. mit mathematischen Mitteln umfasst zunächst das verständige Lesen mathematikhaltiger Texte sowie das verstehende Zuhören. Auf der Seite des Sprechens gilt es, mathematische Zusammenhänge sowohl in natürlicher als auch unter Verwendung angemessener Fachsprache zu verbalisieren und, wenn nötig, adressatengerecht mit geeigneten Medien aufzubereiten. Die Sprache ist außerdem das zentrale Verständigungsmittel beim kooperativen Arbeiten an mathematischen Problemen und bei der Aushandlung mathematischer Begriffe.

3. Umsetzung des Lehrplans

Der Mathematikunterricht in der Fachoberschule hat das Ziel der Studierfähigkeit. Dabei stellen insbesondere die unterschiedlichen Vorbildungen und teilweise langjährigen Unterbrechungen des schulischen Bildungsweges eine Herausforderung für eine verantwortliche Umsetzung des Lehrplanes dar.

Die Einführungsphase des Unterrichts dient daher der Herstellung einer gemeinsamen Basis für die neuen Lerngruppen, der Sicherung und Verwertung der bisherigen Kenntnisse sowie der Orientierung auf die Inhalte und Arbeitsformen der Fachoberschule.

Eine reine Wiederholung von Inhalten, die bereits zum Abschlussprofil des Mittleren Abschlusses gehören, ist hier nicht gemeint. Es geht um das Aufgreifen von Inhalten, bei denen sich im Unterrichtsverlauf Defizite zeigen. Die Kompensation solcher Defizite soll überwiegend selbstverantwortlich erfolgen.

Studierfähigkeit setzt je nach Fachrichtung des später aufgenommenen Studiums sehr unterschiedliche mathematische Kompetenzen voraus. Ein Fundament muss aber mit dem Abschluss der allgemeinen Fachhochschulreife sicher gewährleistet sein.

Der Lehrplan wird diesen unterschiedlichen Anforderungen gerecht, indem er feste Themenfelder vorgibt und durch die Wahl des schwerpunktbezogenen Themenfeldes einen besonderen Bezug zur gewählten Fachrichtung ermöglicht.

Innerhalb der Themenfelder sind die verbindlichen und damit prüfungsrelevanten Inhalte durch Fettdruck hervorgehoben, die fakultativen Inhalte sind kursiv dargestellt.

Die Themenfelder basieren auf den mathematischen Leitideen

- Zahl
- Messen
- Funktionaler Zusammenhang
- Daten und Zufall
- Raum und Form

Die Themenfelder sind aber nach klassischen mathematischen Begriffen benannt, da diese die Inhalte der Themenfelder konkreter wiedergeben.

Teil B Unterrichtspraktischer Teil des Unterrichtsfachs Mathematik

1. Kompetenzorientiertes Abschlussprofil

Die Kompetenzen und verbindlichen Inhalte der Themenfelder bilden das Abschlussprofil des Fachs Mathematik in der Fachoberschule.

2. Übersicht der Themenfelder

Ausbildungsabschnitt I

Themenfelder	Zeitrichtwerte
Funktionale Zusammenhänge	50 Stunden
Beschreibende Statistik	30 Stunden

Ausbildungsabschnitt II

Themenfelder	Zeitrichtwerte
Funktionen	60 Stunden
Differentialrechnung	60 Stunden
Schwerpunktbezogenes Themenfeld	40 Stunden

Schwerpunktbezogenes Themenfeld

Integralrechnung	40 Stunden
Lineare Algebra und Analytische Geometrie	40 Stunden
Stochastik	40 Stunden

3. Beschreibung der Themenfelder

3.1 Der Ausbildungsabschnitt I

Funktionale Zusammenhänge

Das Arbeiten mit Funktionen zur konkreten Beschreibung von realen Situationen gibt den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, ihr Wissen über Funktionen zu festigen und zu vertiefen. Modellierungen und innermathematische Problemstellungen bieten dabei vielfältige Gelegenheiten zum Argumentieren und Kommunizieren. Wichtige Begriffe und Kalküle, die im Zusammenhang mit linearen und quadratischen Funktionen stehen, können in sinnstiftenden Kontexten wiederholt und vertieft werden.

Die Bedeutung des Scheitelpunktes der quadratischen Funktion wird im Hinblick auf Optimierungsaufgaben propädeutisch behandelt.

Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler

- kennen elementare Funktionstypen,
- bestimmen deren geometrische und algebraische Eigenschaften unter dem Einfluss ihrer Parameter,
- veranschaulichen diese Funktionen in unterschiedlichen Darstellungsformen auch mit Einsatz geeigneter Hilfsmittel,
- nutzen symbolische, tabellarische und graphische Darstellungen,
- wenden elementare ganzrationale Funktionen zum Lösen realitätsbezogener Aufgaben- und Problemstellungen an.

Unterrichtsinhalte Funktionale Zusammenhänge Ausbildungsabschnitt I, 50Stunden	
verbindlich / fakultativ	
Lineare Funktionen	Schnittwinkel (auch Orthogonalität)
	Abstandsbestimmung
	Punkt-Punkt
	Punkt-Gerade
	Parallele Geraden
	<i>Lineare Regression</i>
Quadratische Funktionen	Wechsel zwischen den Darstellungsformen (Normalform, Scheitelpunktsform, Faktormform)
	Lagebeziehung Parabel-Gerade
	Schnittpunktuntersuchung (Bedeutung der Diskriminante: Sekante, Tangente, Passante)
	<i>Funktionsfindungsaufgaben</i>
	<i>Extremwertaufgaben (Scheitelpunktsbestimmung)</i>
	<i>Potenzfunktionen</i>
	<i>Hyperbeln</i>
	<i>Wurzelfunktionen (auch unter dem Aspekt der Umkehrung)</i>

Vorschläge zu Anwendungen:

Bewegungsvorgänge, Füllvorgänge, Tarifvergleiche, Abbildungsmaßstäbe, schiefe Ebene, Übersetzungen, Gewicht-Volumen, Kraft-Verlängerung (Hookesches Gesetz), Spannung-Stromstärke, belastete Spannungsquelle, Wurfbahnen, Parabolspiegel, Brückenbogen, Drehmoment beim Ausfahren einer Last am Kran (Hyperbeln)

Beschreibende Statistik

Die Leitidee „Daten und Zufall“ wird in diesem Themenfeld bewusst auf den Bereich der beschreibenden Statistik beschränkt, damit die Schülerinnen und Schüler in der zur Verfügung stehenden Zeit einen kompletten statistischen Untersuchungsprozess erfahren können. Dieser Prozess besteht aus der Problemstellung, der Planung der Erhebung, der Datenerhebung, der Auswertung sowie der Schlussfolgerung und dem Ergebnisbericht. Im Laufe des Prozesses werden so die übergeordneten (prozessorientierten) Kompetenzen Modellieren, Verwenden von Darstellungen, Anwenden von Symbolen, Verfahren und Werkzeugen sowie das Argumentieren und Kommunizieren aktiviert. Zum Erwerb der Kompetenzen macht es ergänzend zum Erhebungszyklus Sinn, überschaubare Aufgaben zu bearbeiten, also z.B. bereits vorliegendes Datenmaterial auszuwerten. Beim Umgang mit realen Daten (z.B. Aktuelles aus den Medien) ist es wichtig, für die Frage der Kausalität zu sensibilisieren und auch die Bedeutung von „Ausreißern“ zu untersuchen.

Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler

- erheben statistische Daten aus verschiedenen Domänen,
- sortieren und klassifizieren Daten,
- visualisieren sie mit geeigneten Hilfsmitteln (Software),
- erkennen die Aussagekraft und Manipulationsmöglichkeiten unterschiedlicher Darstellungsformen,
- verwenden Methoden der Statistik zur Berechnung von Kenngrößen,
- treffen auf der Basis der Kenngrößen Aussagen über die untersuchten Zusammenhänge.

Unterrichtsinhalte Beschreibende Statistik Ausbildungsabschnitt I, 30 Stunden	
<i>verbindlich / fakultativ</i>	
Datenerhebung, Datendarstellung und Datenauswertung	Beurteilen von Diagrammen (Aussagekraft, Anschaulichkeit), Kennwerte: Maximum, Quartil, Median, arithmetischer Mittelwert, Spannweite

Vorschläge zu Anwendungen:

Umfragen, Messvorgänge (Größe, Gewicht...), Preisvergleiche, Wahlergebnisse, Wahlhochrechnung, Qualitätskontrolle, Wetterbeobachtung

3.2 Der Ausbildungsabschnitt II

Funktionen

Die Leitidee "Funktionaler Zusammenhang" entfaltet sich bei der Arbeit mit konkreten Anwendungssituationen, in denen u.a. das Erfassen und Beschreiben von Daten im Mittelpunkt stehen kann. Als Untersuchungsgegenstände eignen sich numerisch gegebene diskrete Prozesse und Daten, die aus Handversuchen gewonnen werden.

Bei der Arbeit mit Funktionen als konkrete Modelle für reale Vorgänge haben die Schülerinnen und Schüler besondere Gelegenheit zu argumentieren, zu modellieren und Probleme zu lösen. Viele Alltagssituationen und schwerpunktbezogene Anwendungen können als sinnstiftende Kontexte nur dann genutzt werden, wenn man sich nicht allein auf ganzrationale Funktionen beschränkt. Deshalb wird eine weitere Funktionsklasse untersucht.

Neben der Behandlung realitätsbezogener Problemstellungen werden auch Zusammenhänge aus innermathematischer Perspektive (z. B. geometrische Probleme, etc.) betrachtet und mit elementaren Funktionstypen vernetzt.

Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen funktionale Zusammenhänge in sprachlicher Form, als Wertetabelle, als Graph und als Term dar und beurteilen die verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten im Hinblick auf deren Verwendbarkeit,
- untersuchen Funktionen und ihre Graphen auf ihre Eigenschaften und wenden Funktionen zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen und in Modellbildungsprozessen an,
- verdeutlichen den Grenzwertbegriff an Problemstellungen und untersuchen Funktionen auf spezielle Eigenschaften wie z.B. Asymptoten,
- erläutern die im Anwendungsbezug von Funktionen gewonnenen mathematischen Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und wenden die Fachsprache angemessen an,
- verwenden Hilfsmittel wie den Taschenrechner oder den Computer zur Berechnung und Darstellung von Funktionen.

Unterrichtsinhalte Funktionen Ausbildungsabschnitt II, 60 Stunden

verbindlich / fakultativ

Ganzrationale Funktionen

**Funktionseigenschaften
(Formfaktor,
Symmetrieeigenschaften, Verhalten
für Betrag x gegen Unendlich)
Schnittpunkte mit den
Koordinatenachsen
Qualitative Darstellung des Graphen**

Weitere Funktionen (eine dieser Funktionsklassen ist verbindlich zu behandeln)

Gebrochenrationale Funktionen

*Definitions- und Wertebereich
Funktionseigenschaften (Lücken, Pole,
Symmetrie, Asymptoten, Verhalten für
Betrag x gegen Unendlich)
Schnittpunkte mit den
Koordinatenachsen*

Exponentialfunktionen

*Definitions- und Wertebereich
Funktionseigenschaften
(Verhalten für Betrag x gegen
Unendlich, Einfluss der Basis)
Schnittpunkte mit den
Koordinatenachsen*

Logarithmusfunktionen

Trigonometrische Funktionen über \mathbb{R}

*Definitions- und Wertebereich
Funktionseigenschaften
(Symmetrie, Periodizität,
Verschiebung, Streckung,
Stauchung)*

Arcusfunktionen

Vorschläge zu Anwendungen:

Ganzrationale Funktionen

Messkurven, Kinematik, physikalische Leistung, Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktionen, Angebots- und Nachfragefunktionen

Gebrochenrationale Funktionen

Potentialfelder, belasteter Spannungsteiler, belastete Spannungsquelle, Verlustleistung, Stück-erlös, -kosten, -gewinn, Deckungsbeitrag, Minimalkostenkombination

Exponentialfunktionen und ihre Umkehrfunktionen

Wachstums- und Zerfallsprozesse, Abkühlungsprozesse, Sättigungsvorgänge, Ein- und Ausschaltvorgänge an Spule und Kondensator, Normreihen, Zinseszinsrechnung, logarithmische Skalen, Dezibel

Trigonometrische Funktionen und ihre Umkehrfunktionen

Wechselspannung, Projektion von Kreisbewegungen, Kurbeltrieb, Schwingungen und Wellen, Interferenz, schräger Wurf, schiefe Ebene,

Differentialrechnung

Die Grundbegriffe der Differentialrechnung entfalten sich bei der Arbeit mit konkreten Anwendungssituationen, in denen das Erfassen und Beschreiben von Veränderungen im Mittelpunkt steht. Als Untersuchungsgegenstände eignen sich anwendungsorientierte Fragestellungen.

Die Begriffe der mittleren Änderungsrate und der lokalen Änderungsrate können durch geometrische Konstruktion und dynamische Veranschaulichung des Übergangs von Sekanten zu Tangenten mit ihren Steigungen unterschieden werden. Eine weitere Möglichkeit der Visualisierung der lokalen Änderungsrate ist das "Funktionenmikroskop".

Sowohl das qualitativ graphische Differenzieren von Funktionen als auch ein geeignetes Kalkül soll den Zusammenhang zwischen der Steigung und den Funktionseigenschaften verdeutlichen. Ausgehend von Funktionsuntersuchungen wird mit Hilfe der Funktionsfindungsaufgaben und der Betrachtung von Extremwertproblemen die Leistungsfähigkeit der Differentialrechnung sichtbar gemacht.

Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler

- deuten in inner- und außermathematischen Situationen die Ableitung als lokale Änderungsrate oder Tangentensteigung,
- verwenden Lösungsalgorithmen zur Bestimmung der Ableitungsfunktion,
- entwickeln Begründungen für den graphischen Zusammenhang zwischen den Ausgangsfunktionen und deren Ableitungsfunktionen,
- bestimmen charakteristische Merkmale von Funktionen durch Berechnung und visualisieren diese durch Skizzen,
- unterscheiden notwendige und hinreichende Bedingungen und begründen die Bedeutung dieser Unterscheidung,
- verwenden Funktionen und deren Eigenschaften zur Beschreibung von Realsituationen und überprüfen die Eignung dieser Funktionen,
- lösen Extremalprobleme in einfachen Anwendungssituationen durch Aufstellen und inhaltlich-anschauliche Diskussion einer Zielfunktion,
- setzen Medien wie Formelsammlung, Computer oder graphikfähige Taschenrechner zur Kontrolle unterstützend ein.

Unterrichtsinhalte Differentialrechnung Ausbildungsabschnitt II, 40 Stunden <i>verbindlich / fakultativ</i>	
<p>Ableitungsbegriff (Änderungsraten und Steigung)</p> <p>Einfache Ableitungsregeln (Potenz, Faktor, Summenregel)</p> <p>Anwendungen</p> <p><i>Weitere Ableitungsregeln</i></p>	<p>Sekanten- und Tangentensteigung lokale Änderungsrate und Tangentenanstieg Graphisches Differenzieren Differentialquotient als Grenzwert des Differenzenquotienten Ableitungsterme und Ableitungsfunktion</p> <p>Regeln für natürliche Exponenten Höhere Ableitungen</p> <p>Funktionsuntersuchung Monotonie und 1. Ableitung Krümmung und 2. Ableitung Verhalten für Betrag x gegen Unendlich, Symmetrie, Nullstellen, auch näherungsweise, z.B. Newton-Verfahren Extrempunkte, Wendepunkte</p> <p>Bestimmung der Funktionsgleichungen ganzzonaler Funktionen aus gegebenen Eigenschaften</p> <p>Extremwertprobleme</p> <p><i>Produkt-, Quotienten- und Kettenregel</i></p>

Vorschläge zu Anwendungen:

Momentangeschwindigkeit, Leistungsanpassung, Materialminimierung, PD-Regler, Betzsches Gesetz (Windenergie), ertragsgesetzliche Produktionsfunktion, Kosten-, Erlös- und Gewinnanalysen, Straßenführung, Brücken- und Tunnelkonstruktionen.

Schwerpunktbezogenes Themenfeld

Integralrechnung

Die Schülerinnen und Schüler sollen zur Integralrechnung sowohl die Vorstellung der Umkehrung der Differentialrechnung als auch die der Flächensummierung erhalten. Dabei sind Plausibilitätsbetrachtungen, die den Schülerinnen und Schülern Hilfestellung beim Entdecken der Integralrechnung geben, ausreichend. Formale Beweise müssen nicht geführt werden. Anwendungen und Bezüge zur Geometrie erleichtern dabei die Vorstellungen. Die Integrale sollten sich dabei nur auf die bisher im Unterricht behandelten Funktionsklassen, in der Regel ganzrationale Funktionen, beziehen. Dafür werden auch die Integrationsregeln hergeleitet. Durch die Anwendung von CAS lassen sich Zusammenhänge und Flächen schnell darstellen.

Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler

- bestimmen und approximieren anhand anwendungsorientierter Problemstellungen Flächen unter Funktionsgraphen,
- erkennen den Zusammenhang zwischen der Randfunktion der Fläche und der Flächeninhaltsfunktion,
- bestimmen die Stammfunktion elementarer Funktionen und erläutern die Bedeutung des unbestimmten Integrals,
- berechnen Flächen unter Verwendung des bestimmten Integrals,
- setzen Medien wie Formelsammlung, Computer oder Computeralgebrasysteme zur Kontrolle unterstützend ein.

Unterrichtsinhalte Integralrechnung Ausbildungsabschnitt II, 40 Stunden <i>verbindlich / fakultativ</i>	
Flächeninhaltsfunktion Flächeninhaltsfunktion und Stammfunktion Bestimmtes Integral Berechnung von Flächeninhalten <i>Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung</i> Einfache Integrationsregeln <i>Volumen von Rotationskörpern</i>	Algebraische Bestimmung geradlinig begrenzter Flächen Flächenapproximation krummlinig begrenzter Flächen einfache Integrationsregeln (Faktor-, Summenregel, Intervalladditivität) Definition und Eigenschaften Zwischen Funktionsgraph und Abszisse <i>Zwischen Funktionsgraphen</i> Faktor-, Summenregel, Intervalladditivität

Vorschläge zu Anwendungen:

Elektrische Ladung, physikalische Arbeit, PID-Regler, Gleichricht- und Effektivwert bei Wechselspannungen, Konsumenten- und Produzentenrente, Volumenberechnungen

Lineare Algebra und analytische Geometrie

Die Definition des Vektors erfolgt in Anlehnung an den anschaulichen Vektorbegriff der Mittelstufe. Vektoren werden schülernah als Verschiebung (Translation) gedeutet und im kartesischen Koordinatensystem der Ebene oder des Raumes dargestellt. Wichtig ist die präzise Unterscheidung von Skalar, Pfeil und Vektor, dagegen wird die axiomatische Behandlung von Vektorräumen nicht angestrebt. Das Rechnen mit Vektoren – wie Addition, Subtraktion und Vervielfachung – wird durch Verkettung von Verschiebungen einsichtig, Rechengesetze werden vor allem durch entsprechende Darstellungen im Koordinatensystem motiviert und plausibel gemacht. Die Verknüpfung von Addition und Vervielfachung führt zur Linearkombination von Vektoren, die zur Darstellung eines Vektors durch andere Vektoren Anwendung findet. Ist die Darstellbarkeit eines Vektors als Linearkombination eindeutig, motiviert dies, die lineare Unabhängigkeit von Vektoren zu definieren.

Als geometrische Anwendung bearbeiten die Schülerinnen und Schüler Geraden und Ebenen auch vektoriell in Parameterform. Untersuchungen der Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen festigen und vertiefen das Arbeiten mit der Parameterdarstellung und fördern das räumliche Vorstellungsvermögen.

Anwendungsbezogene Problemstellungen können mit Hilfe von linearen Gleichungssystemen oder Matrizen bearbeitet werden.

Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler

- unterscheiden vektorielle und skalare Größen anhand ihrer Eigenschaften und führen Beispiele an,
- stellen einen Vektor im Koordinatensystem zeichnerisch dar und erfassen ihn mit Hilfe der Koordinaten,
- operieren mit Vektoren und deuten diese Operationen geometrisch,
- stellen einen Vektor als Linearkombination von Vektoren rechnerisch und zeichnerisch dar,
- analysieren die Lagebeziehung zwischen Geraden und Ebenen und argumentieren mit Hilfe der linearen Abhängigkeit und Unabhängigkeit,
- verwenden das Skalarprodukt zur Lösung von realitätsbezogenen Aufgabenstellungen,
- verwenden lineare Gleichungssysteme zur Lösung anwendungsbezogener Problemstellungen.

Unterrichtsinhalte Lineare Algebra und analytische Geometrie Ausbildungsabschnitt II, 40 Stunden	
<i>verbindlich / fakultativ</i>	
Vektorrechnung	Skalare, Pfeile, Vektoren ebene und räumliche Vektoren als Pfeilklassen, Komponenten- und Koordinaten- darstellung eines Vektors Ortsvektor, Gegenvektor, Betrag eines Vektors
	Vektoroperationen Addition, Subtraktion, Multiplikation mit einem Skalar
	Lineare Abhängigkeit kollineare und komplanare Vektoren
	Lageuntersuchung von Geraden und Ebenen in Parameterdarstellung graphische Veranschaulichung
	Skalarprodukt
	<i>Teilungsverhältnisse</i>
	<i>Lineare Gleichungssysteme</i> <i>Lösen und Lösbarkeit</i> <i>Gauß-Algorithmus</i>
<i>Matrizenrechnung</i>	<i>Matrizenoperationen</i> <i>Addition, Subtraktion, Multiplikation mit</i> <i>einem Skalar,</i> <i>Multiplikation mit einem Vektor</i>
	<i>Inverse Matrix</i>

Vorschläge zu Anwendungen:

Matrizen und Vektoren

Kosten- Erlös- und Verbrauchsmatrizen, Einstufige und mehrstufige Produktionsprozesse, Maschinenbelegungspläne, Kräfteaddition, Stabwerke, Überlagerung von geradlinigen Bewegungen, physikalische Arbeit

Lineare Gleichungssysteme

Netzwerke, Maschengleichung, Statik, Kostenrechnung, Optimierung, Mischungsaufgaben

Stochastik

In diesem Themengebiet erleben die Schülerinnen und Schüler eine stark anwendungsbezogene Mathematik. Sie setzen sich mit aktuellen und realen Daten (auch aus den Medien) auseinander und erfahren, dass es auch für Situationen, deren Ausgang ungewiss ist, sinnvolle Modelle konstruiert und mit Hilfe der Wahrscheinlichkeiten zuverlässige Prognosen und Aussagen getroffen werden können. Ein wesentlicher Gesichtspunkt ist, dass es zu einer Fragestellung verschiedene Modelle geben kann, die einer gründlichen Reflexion bedürfen. Durch den kritischen Umgang mit Datenmaterialien gewinnen sie die Einsicht, dass beim Testen von Hypothesen unvermeidbar Fehler auftreten. Sie gelangen zu der Erkenntnis, dass die Konstruktion des Testes unter Umständen viel Verantwortung und Umsicht erfordert.

In besonderer Weise kann somit der fächerübergreifende Aspekt und das Arbeiten im Team gefördert werden.

Als Unterrichtsprinzip kommen Problemorientierung und Plausibilitätsbegründungen zum Tragen. Der Begriff der Wahrscheinlichkeit sollte von beiden Seiten (klassisch/statistisch) diskutiert werden. Abbildungscharakter, Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilungen spielen keine zu starke Rolle, sie können durch konkrete Beispiele eingeführt und erörtert werden.

Hier ist in geeigneter Weise das Arbeiten mit Tabellen und/oder programmierbaren Taschenrechnern zu empfehlen.

Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler

- grenzen den klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff von dem der statistischen Wahrscheinlichkeit ab,
- ermitteln Wahrscheinlichkeiten ein- und mehrstufiger Zufallsexperimente,
- wenden die allgemeine Multiplikationsregel im Zusammenhang mit der bedingten Wahrscheinlichkeit für zwei beliebige Ereignisse an,
- erkennen die besondere Bedeutung von Zufallsexperimenten, deren Ergebnismengen aus genau zwei Elementen bestehen (Bernoulli-Experiment),
- finden ein geeignetes Modell für die Beschreibung eines Bernoulli-Experiments und entwickeln eine geeignete Methode zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit für die Bernoulli-Kette,
- erkennen, dass eine Zuordnung der Wahrscheinlichkeiten zu den Ereignissen
 - gegenüber der Wahrscheinlichkeit einzelner Ergebnisse - für das Beurteilen von Aussagen eine große Bedeutung hat,
- verwenden die Begriffe Zufallsvariable, Wahrscheinlichkeitsfunktion (Verteilung) sowie Erwartungswert und Streuungsmaß bei Alternativ- und Hypothesentests,
- entwickeln einfache Entscheidungsverfahren, indem sie den Annahme- und Ablehnungsbereich ermitteln und sinnvoll interpretieren,
- setzen Medien wie Tabellenkalkulationsprogramme, Computeralgebrasysteme und grafikfähige Taschenrechner zur Kontrolle unterstützend ein,
- nutzen heuristische Strategien wie die „Vierfeldertafel“ und das Baumdiagramm zum Lösen stochastischer Problemstellungen.

Unterrichtsinhalte Stochastik Ausbildungsabschnitt II, 40 Stunden <i>verbindlich / fakultativ</i>	
Wahrscheinlichkeiten	Mehrstufige Zufallsprozesse Verknüpfungsgesetze, Pfadregeln Baumdiagramme, Vierfeldertafeln Zufallsfunktionen, Bedingte Wahrscheinlichkeit <i>Totale Wahrscheinlichkeit,</i> <i>Stochastische Abhängigkeit und</i> <i>Unabhängigkeit</i> <i>Satz von Bayes</i>
Statistik	Wahrscheinlichkeitsverteilungen Binomialverteilung <i>Normalverteilung</i>
	Beurteilende Statistik Erwartungswert, Varianz, Entscheidungsverfahren Annahme- und Ablehnungsbereich

Vorschläge zu Anwendungen:

Qualitätskontrolle, Messvorgänge, Umfragen, Mendelsche Regeln, Glücksspiel, anonymisierte Tests, Wahlergebnisse, Wahlhochrechnung, Wetterbeobachtung